F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 1—2

Secția IV

MECANICĂ TEHNICĂ

1980

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS KÖZPONTI 1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 1—2

Secţia IV

MECANICA TEHNICĂ

1980

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. **VAL. BLIDARU**
Prof. dr. doc. **N.V. BOȚAN**
Prof. dr. ing. **M. GAFIȚANU** (președinte)
Prof. dr. **P. MÂLCOMETE**
Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
Prof. dr. ing. **T. SILION**
Acad. prof. dr. doc. **CR. SIMIONESCU**
Prof. dr. ing. **I. VLAD**

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. **PAUL MATEI**
Prof. dr. ing. **DAVID PERETZ**
Prof. dr. ing. **C. PICOȘ**

REDACȚIA

Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
(redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. **ALFRED BRAIER**
(secretar)
Asist. ing. **ANETA BRAIER**
(redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVI (XXX), Fasc. 1–2 1980

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

I. A. DRUJININ, R. D. SUHIN şi S. E. LIBIN (U.R.S.S.), Raportul de transmisie al mecanismelor planetare cu două roţi conice (rusă, rez. rom.) · 9

ELISABETA RUSU şi AURORA CRĂCIUNAŞ, Teoremă de existenţă şi unicitate a soluţiei în teoria generalizată a termoelasticităţii micropolare liniare. (II) Condiţii iniţiale neomogene (franc., rez. rom.) · · · · · · · · · · 17

FLORIN MACAVEI, O metodă de separare a vectorilor proprii (engl., rez. rom.) 23

VICTOR-FLORIN POTERAŞU şi DIMITRIE POPESCU, Controlul optimal al vibraţiilor mecanice cu metoda gradientului restabilit (franc., rez. rom.) · 29

POLIDOR BRATU, Asupra variaţiei pulsaţiilor proprii funcţie de rigiditatea elementelor amortizoare de cauciuc la compactorul vibrator autopropulsat CVA-10 (rom., rez. engl.) · 33

PAUL MATEI, Un model electric pentru cîmpul meridian propriu unor carene închise (rom., rez. franc.) · 41

EMANOIL BÂRSAN şi CĂLIN IGNAT, Dimensionarea optimă a unui decantor lamelar înscris într-un recipient cilindric (rom., rez. engl.) · · · · · · 47

RONALD PERETZ, Unele observaţii în legătură cu interpretarea rezultatelor experimentale obţinute la testarea tuburilor termice (germ., rez. rom.) · 53

ILIE SIMINICEANU şi C. CALISTRU, Modelarea reactorului de reformare primară a metanului. (II) Determinarea coeficientului de transfer de căldură K_T (rom., rez. engl.) · 59

DAN SILVESTRU şi DAVID PERETZ, Optimizarea funcţională a unei pompe de căldură cu absorbţie cu Br-Li, cu ciclu şi circulaţie directă. Nomograme pentru determinatea temperaturilor agenţilor din instalaţie (franc., rez. rom.) · 67

TRAIAN VIDRAŞCU, Cercetări privind un model optim de sistem de aprindere electrică cu semiconductori de tip inductiv (rom., rez. engl.) · · · · 75

I. HOPULELE, I. MĂLUREANU şi NONEL THIRER, Cercetări privind detensionarea termică a subansamblelor sudate cu stabilitate dimensională ridicată (rom., rez. franc.) · 79

Pag.

V. NECULĂIASA și V. CRĂCIUN, Cercetări experimentale privind posibilitățile de utilizare a aliajului AlZnCu în locul alamei, la construcția bucșelor de uzură (germ., rez. rom.) 87

GH. LUNGU, D. ZETU și EMIL UNCHEȘEL, Elemente privind stabilitatea mișcării electrodului sculă la mașina de prelucrat prin electroeroziune ELER-01. GEP-50F (rom., rez. franc.) 93

I. CONDREA, Contribuții privind calculul regulatoarelor de viteză în acționarea hidraulică (rom., rez. franc.) 99

GR. TAȘCĂ, Contribuții la calculul cuplului motor stabilizat al unor motoare rotative funcționînd cu șocuri de sarcină periodice (rom., rez. franc.) . 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVI (XXX), Fasc. 1—2 1980

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

Pp.

I. A. DRUJININ, R. D. SUHIN et S. E. LIBIN (URSS), Le rapport de transmission des mécanismes planétaires à deux roues coniques (Russian, Romanian summary) 9

ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAŞ, Théorème d'éxistence et d'unicité de la solution dans la théorie généralisée de la thermoélasticité micropolaire linéaire. (II) Conditions initiales nonhomogènes (French, Romanian summary) 17

FLORIN MACAVEI, A Method for Eigenvectors Separation (English, Romanian summary) 23

VICTOR-FLORIN POTERAŞU et DIMITRIE POPESCU, Controle optimal des vibrations mécaniques avec la méthode gradient-restauration (French, Romanian summary) 29

POLIDOR BRATU, The Influence of Rubber Damping Elements on Natural Frequency Drift Stiffness for the Self Propelled Vibrator Roller CVA-10 (Romanian, English summary) 33

PAUL MATEI, Modèle électrique pour le champ méridien propre d'une carenne fermée (Romanian, French summary) 41

EMANOIL BÂRSAN and CĂLIN IGNAT, Optimal Design of the Lamella Settler Inserted into a Cylindrical Tank (Romanian, English summary) 47

RONALD PERETZ, Einige Bemerkungen zur Auslegung experimenteller Ergebnisse von Labortests an Wärmerohren (German, Romanian summary) . . 53

ILIE SIMINICEANU and C. CALISTRU, Modelling of the Methane-Steam Primary Reformer. (II) The Determination of the Overall Heat Transfer Coefficient (Romanian, English summary) 59

DAN SILVESTRU et DAVID PERETZ, L'optimisation fonctionelle d'une pompe de chaleur à absorbtion (à Br-Li) à cicle et à circulation directs. Nomogrammes pour la détermination des températures des agents de l'installation (French, Romanian summary) 67

TRAIAN VIDRAŞCU, Researches Concerning an Optimal Model of Solid State Inductive Ignition System (English, Romanian summary) 75

Pp.

I. HOPULELE, I. MĂLUREANU et NONEL THIRER, Recherches sur le recuit de stabilisation des pièces soudées qui exigent une haute stabilité dimensionelle (Romanian, French summary) 79

V. NECULĂIASA und V. CRĂCIUN, Erfahrungsmässige Untersuchungen die Verwendungsmöglichkeiten der Legierung AlZnCu anstatt des Messings beim Aufbau der Abnützungsbüchse (German, Romanian summary) . . 87

GH. LUNGU, D. ZETU et EMIL UNCHEȘEL, Considérations sur la stabilité du mouvement de l'électrod outil de la machine d'électroérosion ELER-01 GEP 50-F (Romanian, French summary) 93

I. CONDREA, Contributions au calcul des régulateurs de vitesse dans la commande hydraulique (Romanian, French summary) 99

GR. TAȘCĂ, Contributions à l'étude du couple moteur stabilisé des moteurs rotatifs soumis à des chocs périodiques de charge (Romanian, French summary). 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXVI (XXX), Вып. 1—2 1980

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Ю. А. ДРУЖИНИН, Р. Д. СУХИН и С. Е. ЛИБИН (СССР), Передаточное отношение планетарной передачи, состоящеи из двух конических колес (русск., рез. рум.) 9

ЭЛИСАБЕТА РУСУ и АУРОРА КРЭЧЮНАШ, Теорем о существовании и единственности решения уравнений обобщенной теории линейной микрополярной термоупругости (II) (франц., рез. рум.) . . . 17

ФЛОРИН МАКАВЕИ, Метод разделения собственных векторов (англ., рез. рум.) 23

ВИКТОР ФЛОРИН-ПОТЕРАШУ и ДИМИТРИЕ ПОПЕСКУ, Оптимальный контроль механических вибрации методом восстановленного градиента (франц., рез. рум.) 29

ПОЛИДОР БРАТУ, Об изменении собственных круговых чястот в зависимости от жесткости каучюковых затухающих элементов для автопропульсирующего вибрационного компактора CVA-10 (рум., рез. англ.) 33

ПАУЛ МАТЕИ, Электрическая модель для меридианого поля некоторых замкнутых карен (рум., рез. франц.) 41

ЭМАНОИЛ БЫРСАН и КЭЛИН ИГНАТ, Оптимальная размера отстойника многочрусного типа включаемый в цилиндрический резервуар (рум., рез. англ.) 47

РОНАЛД ПЕРЕЦ, Замечании об интерпретации экспериментальных данных полученных при испытания термических труб (нем., рез. рум.) 53

ИЛИЕ СИМИНИЧЯНУ и К. КАЛИСТРУ, Моделирование реактора конверсии метана водяным паром. (II) Определение коеффицента теплоотдачи (рум., рез. англ.) 59

ДАН СИЛВЕСТРУ и ДАВИД ПЕРЕЦ, Функциональная оптимизация абсорбционных тепловых насосов с Br-Li, с циклом и прямои циркуляцией (франц., рез. рум.) 67

ТРАЯН ВИДРАШКУ, К исследованию оптимальной модели системы зажигания индуктивного типа с полупроводниками (рум., рез. англ.) 75

	Стр.
И. ХОПУЛЕЛЕ, И. МЭЛУРЯНУ и НОНЕЛ ТИРЕР, Исследования относительно термического снятия напряжения сварных конструкций с высокой размерной устойчивостью (рум., рез. франц.) . .	79
В. НЕКУЛЭЯСА и В. КРЭЧЮН, Экспериментальные исследования возможностей использования сплава Al Zn Cu вместо латуни при изготовлении втулок износа (нем., рез. рум.)	87
Г. ЛУНГУ, Д. ЗЕТ и ЭМИЛ УНКЕШЕЛ, Замечание относительно устойчивости движения электрода-инструмента на электроэрозионсй установке ELER — 01 GEP 50F (рум., рез. франц.)	93
И. КОНДРЯ, Контрибуции на расчета клапанов-стабилизаторов расхода (рум., рез. франц.)	99
ГР. ТАШКЭ, Контрибуции в расчете стабилизирующем движующеи пары некоторых вращающегося двигателя работающего с периодическими ударами нагрузку (рум., рез. франц.)	103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

УДК 531.1 ; 621.833.7

ПЕРЕДАТОЧНОЕ ОТНОШЕНИЕ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ДВУХ КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС

Ю. А. ДРУЖИНИН, Р. Д. СУХИН и С. Е. ЛИБИН

В последнее время в техике получили распространение новые передачи, в том числе волновые передачи с гибкими звеньями и планетарные передачи с двумя коническими колесами (или, как их иногда называют, волновые передачи с жесткими звеньями). Обе передачи обладают почти идентичными достоинствами : возможность получения больших передаточных чисел в одной ступени, орносительно высокий к.п.д. Однако практическое применение нашли преимущественно лишь волновые передачи с гибкими звеньями. Отчасти это объясняется тем, что существующие планетарные передачи с двумя коническими колесами при равномерном вращении ведущего звена дают на выходе неравномерное движение. Кроме того, нет полной ясности даже в отношении чисто кинематических аспектов работ передачи, несмотря на то, что имеется ряд исследований по этой тематике [2]...[6].

Цель настоящей работ — получить общие выражения для передаточного отношения планетарной передачи с двумя коническими колесами.

Кинематическая схема рассматриваемой планетарной передачи приведена на рис 1 *а*. На ведущий вал *1* с водилом *H* посажено коническое колесо-сателлит *3* с внешними зубьями, которое может вращаться относительно оси *OB*, составляющей небольшой угол θ с осью передачи *Oz*. На ведомом валу П жестко закреплено коническое колесо *4* с внутренними зубьями. Возможна и другая схема (см. рис. 1 *б*) : колесо *3* имеет внутренние зубья, а колесо *4* — внешнее. Со звеном *3* жестко связан рычаг *OD*, шаровой конец которого скользит в пазу *5*.

Эта передача структурно является пространственной рычажно-зубчатой. Первичное преобразование движения осуществляется пространственным рычажным механизмом с одной степенью свободы, кинематическая схема которого изображена на рис 1 *в*. В реальных конструкциях кинематическая пара водило-сателлит *3* выполнена сферической ; дополнительные две степени подвижности компенсируют ошибки изготовления и сборки, а также влияние форм зубьев на движение.

Кроме рассмотренной выше связи конического колеса *3* со стойкой, применяются и другие : колесо *3* соединяется со стойкой сильфоном, зубчатой муфтой ули гипроподвесом [4].

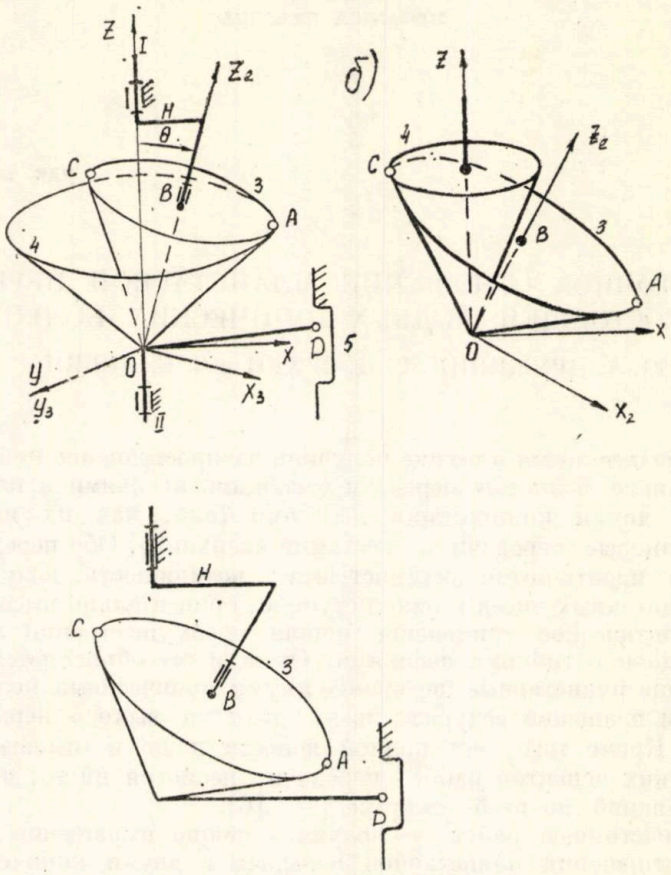


Рис. 1. — Схема планетарной передачи из двух конических колес : *а* — сателлит *3* с внешними зубьями ; *б* — то же с внутренними ; *в* — рычажный механизм передачи.

Вид зависимости мгновенного и передаточного отношения механизма от угла поворота ведущего звена *1* является одной из основных характеристик механизма. Наиболее корректно формула для передаточного отношения выведена в [1] ; но полученная здесь основная зависимость имеет место лишь для частного вида паза, в котором скользит палец D.

Ниже рассматривается вывод зависимости для расчета передаточного отношения механизма с пазом произвольной формы ; связь колеса *3* со стойкй *5* (см. рис. 1 *в*) — шаровой палец с центром в точке D, скользящий в пазу *5*.

Коническое колесо *3* совершает сложное движение, которое можно представить как сумму двух движений (см. рис. 1) : переносного вращения вокруг оси Oz с угловой скоростью ω_H (вместе с водилом H) ; относительного вращения вокруг собственной оси Oz_2 с угловой скоростью ω_{3H}.

Складывая переносное и относительное движения, получим, что в каждый данный момент времени происходит вращение звена *3* вокруг некоторой мгновенной оси с угловой скоростью

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_H + \vec{\omega}_{3H}. \tag{1}$$

Для аналитического определения передаточного отношения используем метод обращения движения. Передаточное отношение обращенного механизма (при неподвижном водиле H)

$$u_{43}^{H} = \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{|\vec{\omega}_4 - \vec{\omega}_H|}{|\vec{\omega}_3 - \vec{\omega}_H|} = \frac{|\vec{\omega}_4 - \vec{\omega}_H|}{|\vec{\omega}_{3H}|} = \frac{\dfrac{\omega_4}{\omega_H} - 1}{\dfrac{\omega_{3H}}{\omega_H}}, \tag{2}$$

где Z_3, Z_4 — числа зубьев колес *3* и *4* ; ω_4 — угловая скорость колеса *4*.

Из формулы (2) получим

$$u_{4H} = \frac{\omega_4}{\omega_H} = 1 + \frac{Z_3}{Z_4}\frac{\omega_{3H}}{\omega_H} = 1 + \frac{Z_3}{Z_4}\frac{\mathrm{d}\varphi_{3H}}{\mathrm{d}\varphi} \tag{3}$$

(φ_{3H} и φ — углы собственного вращения колеса *3* и водила H).

Величина передаточного отношения рассматриваемого планетарного механизма зависит от производной $\mathrm{d}\varphi_{3H}/\mathrm{d}\varphi = F(\varphi)$, которая является в общем случае функцией угла поворота ведущего звена. Конкретный вид функции $F(\varphi)$ определяется законом движения шарового пальца D, скользящего в пазу *5* (см. рис. 1 *а*).

Чтобы найти неявную зависимость $F_1(\varphi\,;\ \varphi_{3H}) = 0$, рассмотрим движение конуса *3*, связав с ним подвижную координатную систему $Ox_3y_3z_2$ (ось аппликат совпадает с геометрической осью конуса). Исходное положение этой системы показано на рис. 1 *а*.

Переход от неподвижной системы координат $Oxyz$ к подвижной системе $Ox_3y_3z_2$ удобнее осуществить не с помощью углов Эйлера, а на основе следующих движений осей координат (см. рис. 2) :

а) поворот осей $Oxyz$ вокруг Oz на укол φ, равный углу поворота водила H[1]) ; получаем систему координат Ox_1y_1z ;

б) поворот осей Ox_1y_1z относительно Oy_1 на угол θ ; получаем системму $Ox_2y_1z_2$;

в) поворот осей $Ox_2y_1z_2$ а угол собственного вращения φ_{3H} вокруг оси Oz_2 отображает их в подвижную систему $Ox_3y_3z_2$, которая жестко связана с колесом *3*.

В неподвижной системе $Oxyz$ три координат $(x,\ y,\ z)$ любой точки колеса *3*, рассматриваемые как матрица-столбец r, можно связать с координатами этой же гочки $r_3\,(x_3,\ y_3,\ z_2)$ в подвижных координатных осях $Ox_3y_3z_2$:

$$r = M_1\,M_2\,M_3\,r_3 = Mr_3, \tag{4}$$

---

[1]) Т.к. используются левые системы координат (тройки ортов), то положительное направление отсчета уклов принято по часовой стрелке.

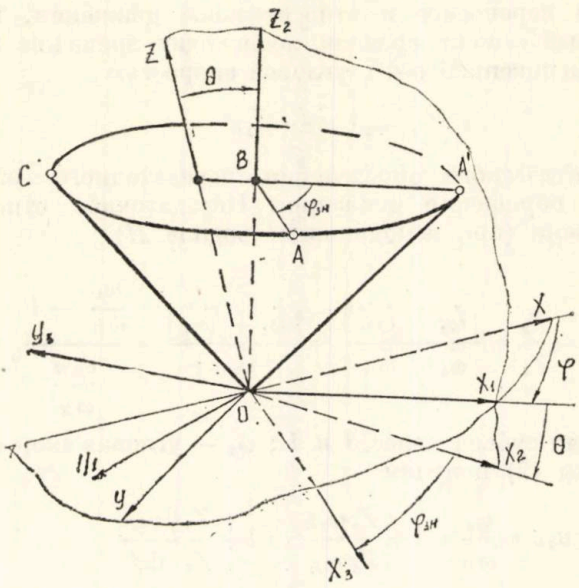


Рис. 2. — Раснетная схема для определения передаточного отношения.

где

$$M_1 = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

матрица перехода от $Oxyz$ к $Ox_1y_1z_1$;

$$M_2 = \begin{Vmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{Vmatrix}$$

то же при переходе от Ox_1y_1z к $Ox_2y_1z_2$ (здесь учтено, что в координатной плоскости Ox_1z угол $\theta<0$);

$$M_3 = \begin{Vmatrix} \cos\varphi_{3H} & -\sin\varphi_{3H} & 0 \\ \sin\varphi_{3H} & \cos\varphi_{3H} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

то же при переходе от $Ox_2y_1z_2$ к $Ox_3y_3z_2$.

Следовательно, общая матрица

$$M = M_1 M_2 M_3 =$$

$$(5) \quad = \begin{Vmatrix} \cos\theta\cos\varphi\cos\varphi_{3H} - \sin\varphi\sin\varphi_{3H} & -\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi_{3H} - \sin\varphi\cos\varphi_{3H} & \sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi\cos\varphi_{3H} + \cos\varphi\sin\varphi_{3H} & -\cos\theta\sin\varphi\sin\varphi_{3H} + \cos\varphi\cos\varphi_{3H} & \sin\theta\sin\varphi \\ -\cos\varphi_{3H}\sin\theta & \sin\theta\sin\varphi_{3H} & \cos\theta \end{Vmatrix}.$$

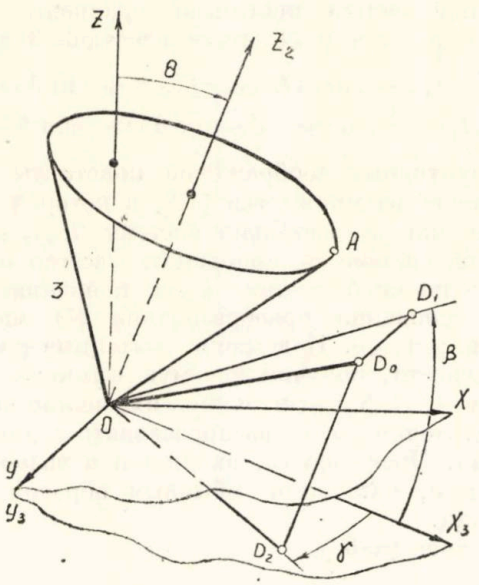


Рис. 3 — Общий случай расположения центра D шарового пальца относительного конуса 3 в его исходном положении (при $\varphi=0$).

Форма паза, в котором движется палец D, может быть в принципе любой ; конкретная форма паза обеспечивает определенное движение конуса *3* и, следовательно, ведомого звена *4*. С кинематической точки зрения (т.е. без учета к.п.д. механизма) различные движения ведомого звена можно получить, подбирая форму паза.

Пусть в исходном положении механизма центр шарового пальца D занимает положение D_0 (рис. 3), которое определим тремя параметрами — длиной l_1 рычага OD_0 и углами β и γ (точки $\boldsymbol{D}_1$ и D_2 на рис 3— это проекция D_0 на плоскости Ox_3z_2 и Ox_3y_3 соответственно ; $Ox_3 \in Oxz$). В существующих конструкциях центр пальца D движется в некоторой плоскости П. Найдем функию F_1 , рассматривая случай, когда точка D движется в любой плоскости П, которая проходит через точку D_0. В кинематическом аспекте движение механизма возможно при использовании любой плоскости из множества $\{\Pi\}$ за исключением случая $\Pi \perp OD_0$.

Координаты точки D_0 в подвижной системе $Ox_3y_3z_2$:

$$r_2(l_1 \cos\beta \cos\gamma,\ l_1 \cos\beta \sin\gamma,\ l_1 \sin\beta)\ ; \tag{6}$$

подставив координаты (6) в формулу (4) и положив в выражении (5) для матрицы M $\varphi = \varphi_{3H} = 0$, получим координаты точки в неподвижной системе $Oxyz$:

$$\boldsymbol{D}[l_1(\cos\beta \cos\gamma \cos\theta + \sin\theta \sin\beta),\ l \cos\beta \sin\gamma,$$
$$l_1(-\cos\beta \cos\gamma \sin\theta + \sin\beta \cos\theta)]. \tag{6a}$$

В неподвижной системе координат уравнение связки плоскостей $\{\Pi\}$, проходящих через точку D_0 имеет следующий вид :

$$z = A[x - l_1(\cos\beta\cos\gamma\cos\theta + \sin\theta\sin\beta)] + \tag{7}$$
$$+ B(y - l_1\cos\beta\sin\gamma) + l_1(-\cos\beta\cos\gamma\sin\theta + \sin\beta\cos\theta);$$

выбрав из конструктивных соображений константы A и B, получим конкретную плоскость из множества $\{\Pi\}$, в которой движется точка D (см. рис. 1 *a*). Так как относительно системы $Ox_3y_3z_3$ точка D на перемещается, то в этой системе ее координаты всегда определяются выражением (6). В неподвижной системе $Oxyz$ координаты точки $D(x, y, z)$ вычисляются на основании преобразования (4) матрицы - столбца r_3 и зависят от углов φ и φ_{3H}. Подставив указанные координаты x, y, z в уравнение (7) плоскости, получим искомую функцию $F_1(\varphi, \varphi_{3H})$, зависящую от параметров A, B, β и γ; варьируя их, можно построить передачу, которая будет достаточно точно воспроизводить заданный закон движения ведомого звена. Производная, входящая в выражение (3) для передаточного отношения, находится обычным образом как производная от неявной функции.

В частном сгучае $\gamma=0$

$$F_1(\varphi, \varphi_{3H}) = -\cos\beta\cos\varphi_{3H}\sin\theta + \sin\beta\cos\theta - A[\cos\beta(\cos\theta\cos\varphi\cos\varphi_{3H} -$$
$$-\sin\varphi\sin\varphi_{3H}) + \sin\beta\sin\theta\cos\varphi - \cos(\beta - \theta)] -$$
$$- B[\cos\beta(\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi_{3H} + \cos\varphi\sin\varphi_{3H}) + \sin\beta\sin\theta\sin\varphi] -$$
$$-\sin(\beta - \theta) = 0,$$

$$\varphi'_{3H} = [-A(\cos\theta\cos\varphi_{3H}\sin\varphi + \cos\varphi\sin\varphi_{3H} + \operatorname{tg}\beta\sin\theta\sin\varphi) +$$
$$+ B(\cos\theta\cos\varphi\cos\varphi_{3H} - \sin\varphi\sin\varphi_{3H} + \operatorname{tg}\beta\sin\theta\cos\varphi)][\sin\theta\sin\varphi_{3H} +$$
$$+ A(\cos\theta\cos\varphi\cos\varphi_{3H} + \sin\varphi\cos\varphi_{3H}) + B(\cos\theta\sin\varphi\sin\varphi_{3H} -$$
$$-\cos\varphi\cos\varphi_{3H})]^{-1}.$$

Другой частный случай — плоскость П проходит через Oz :

$$F_1 = (\cos\theta\sin\varphi\cos\varphi_{3H} + \cos\varphi\sin\varphi_{3H})\cos\beta\cos\gamma +$$
$$+ (-\cos\theta\sin\varphi\sin\varphi_{3H} + \cos\varphi\cos\varphi_{3H})\cos\beta\sin\gamma + \sin\theta\sin\varphi\sin\beta -$$
$$-\operatorname{tg}\gamma[(\cos\theta\cos\varphi\cos\varphi_{3H} - \sin\varphi\sin\varphi_{3H})\cos\beta\cos\gamma + (-\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi_{3H} +$$
$$+ \sin\varphi\cos\varphi_{3H})\cos\beta\sin\gamma + \sin\theta\cos\varphi\sin\beta] = 0.$$

Если при этом угол $\gamma = 0$ то точка D принадлежит плоскости Oxz и поэтому

$$F_1(\varphi, \varphi_{3H}) = \cos\theta\sin\varphi\cos\varphi_{3H} + \cos\varphi\sin\varphi_{3H} + \sin\theta\sin\varphi\operatorname{tg}\beta = 0,$$

$$\varphi'_{3H} = -\frac{F'_{1\varphi}}{F'_{1\varphi_{3H}}} = \frac{\cos\varphi(\cos\theta\cos\varphi_{3H} + \sin\theta\operatorname{tg}\beta) - \sin\varphi\sin\varphi_{3H}}{\cos\theta\sin\varphi\sin\varphi_{3H} - \cos\varphi\cos\varphi_{3H}}.$$

Наконец, в самом простом случае, когда $\beta = 0$ или π, $\gamma = 0$, можно получить явную связь углов φ и φ_{3H}, которая совпадает с формулами представленными в [1] :

$$\varphi_{3H} = \begin{cases} -\text{arc tg}\,(\text{tg}\,\varphi \cos\theta) & \text{при} \quad \varphi \neq \pi k/2\,; \\ -\varphi & \text{при} \quad \varphi = \pi k/2,\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots; \end{cases}$$

$$\varphi'_{3H} = \begin{cases} -\cos\theta\,[\cos^2\varphi(1 + \cos^2\theta\,\text{tg}^2\varphi)]^{-1} & \text{при} \quad \varphi \neq \pi k/2\,; \\ -\cos^{-1}\theta & \text{при} \quad \varphi = \pi k/2. \end{cases}$$

Полученные выше зависимости полностью решают вопрос о передаточном отношении рассматриваемого механизма и дают аналитический инструмент, с помощью которого можно рассчитать параметры механизма, воспроизводящего определенный закон движения.

Поступила в 12 XI 1978 г.

Ленинградский ин-т инж. железнодорожного транспорта, Ленинград, С.С.С.Р.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвин Ф. Л., *Проектирование механизмов и деталей приборов.* «Машиностроение», Л., 1973.
2. Михеев А. П., Михеева К. Н., Павлов Б. Ц., *Кинематическое исследование одноступенчатой волновой передачи с жестким звеном.* В кн. «Новые конструкции механизмов в приборостроении и технология их изготовления, ЛДНТП, 1971.
3. Михеева К. Н., *Кинематика планетарной конической передачи с внутренним зацеплением.* Тр. СЗПИ, *18*, Л., 1973.
4. Михеева К. Н., Павлов Б. И., Кутыев К. У., *Динамика планетарной прецессионной конической передачи для редуцирования движения в герметизированное пространство.* Тр. СЗПИ, *31*, Л., 1975.
5. Павлов Б. И., *Механизмы приборов и систем управления.* «Машиностроение», Л., 1972.
6. Павлов Б. И., Михеев А. П., Михеева К. Н., *Кинематика планетарной прецессионной конической передачи с внутренним зацеплением.* Машиноведение, *4* (1972).

RAPORTUL DE TRANSMISIE AL MECANISMELOR PLANETARE CU DOUĂ ROȚI CONICE

(Rezumat)

Transmisiile planetare cu două roți conice, deși prezintă rapoarte de transmisie ridicate și randamente mari, sînt insuficient studiate teoretic.

Autorii determină raportul de transmisie pentru o clasă de astfel de dispozitive, la care satelitul este prins de suport printr-o articulație sferică. Se stabilesc relații generale de calcul, utile atît pentru analiza cît și pentru sinteza acestor transmisii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 539.31

THÉORÈME D'EXISTENCE ET D'UNICITÉ DE LA SOLUTION DANS LA THÉORIE GÉNÉRALISÉE DE LA THERMOÉLASTICITÉ MICROPOLAIRE LINÉAIRE

II. CONDITIONS INITIALES NONHOMOGÈNES

PAR

ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAŞ

Dans [1] on a démontré le théorème d'existence et unicité de la solution des équations dans la théorie généralisée de la thermoélasticité micropolaire linéaire, pour un milieu homogène, anisotrop, avec un centre de symétrie et des conditions initiales homogènes.

On démontrera le théorème d'existence de la solution du même problème pour les conditions initiales nonhomogènes.

Soit

$$H(V)=H_0(V)\cap\{\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{W}_1(V)\times\mathring{W}_1(V)$$

et

$$z=(\vec{F},\vec{M},r)\in G(V).$$

On définit l'application $P(z):H_0(V)\to H(V)$ par

$$P(z)\chi=\eta, \tag{2.1}$$

avec

$$\chi=(\vec{v},\vec{w},\vec{\Phi},\vec{\zeta},R,\tau)\in H_0(V)\quad\text{et}\quad\eta=(\vec{u},\vec{v},\vec{\varphi},\vec{\Phi},\theta,R)\in H(V),$$

telle que $(\vec{u},\vec{\varphi},\theta)\in\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{\mathbf{W}}_1(V)\times\mathring{W}_1(V)$ est la solution du système

$$\Phi(\theta,D)=-\int_V\left[[dR+h\tau-a_{ij}(v_{j,i}-\varepsilon_{ijk}\Phi_k)-\frac{1}{\theta_0}\rho r\right]D\,\mathrm{d}V,\quad\forall\in\mathring{W}_1(V),$$

$$\Psi(U,V)=-\int_V\{[\rho w_i-\rho F_i-\alpha a_{ji}R_{,i}-a_{ji}\theta_{,j}]\mathcal{V}_i+[I_{ij}\zeta_j-\rho M_i- \tag{2.2}$$

$$-\varepsilon_{ijk}a_{jk}\alpha R-\varepsilon_{ijk}a_{jk}\theta]\Psi_i\}\,\mathrm{d}V,\quad\forall\mathcal{V}=(\vec{\mathcal{V}},\vec{\Psi})\in\mathring{\mathbf{W}}_1(V),$$

où $U=(\vec{u},\vec{\varphi})$.

Donc, ayant donné $\chi \in H_0(V)$, on peut déterminer à l'aide de l'application $P(z)$, l'élément $\eta \in H(V)$, qui avec $(\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta) \in \mathring{\mathbf{W}}_1(V) \times \mathring{\mathbf{W}}_1(V) \times \mathring{W}_1(V)$ est la solution faible du système

$$(k_{ij}\,\theta_{,j})_{,i} = dR + h\tau - a_{ij}\,(v_{i,j} - \varepsilon_{ijk}\,\Phi_k) - \frac{1}{\theta_0}\,\rho r,$$

$$[A_{jikl}\,(u_{k,l} - \varepsilon_{kln}\,\varphi_n) + a_{ji}\,\theta]_{,j} = \rho w_i - \rho F_i - a_{ji\alpha}\,R_{,j}, \tag{2.3}$$

$$C_{jikl}\,\varphi_{l,kj} + \varepsilon_{ijk}\,[A_{jlrs}(u_{s,r} - \varepsilon_{rsn}\,\varphi_n) + a_{jk}\,\theta] =$$

$$= I_{ij}\zeta_j - \rho M_i - \varepsilon_{ijk}\,a_{jk}\,\alpha R,$$

avec les conditions à la limite [1, (11)]. Tenant compte de [1, (13)...(15)] il résulte que le système elliptique (2.3) admet une solution unique.

En conséquence l'application $P(z)$ est biunivoque et il existe l'application $P^{-1}(z)$. On a aussi [2]

$$\|P(z)\chi\|_{\mathbf{W}_1(V)\times\mathbf{W}_1(V)\times\mathbf{W}_1(V)\times\mathbf{W}_1(V)\times(W_1(V)\times W_1(V)} \leqslant c\{|\chi|_0 + \|z\|_{\mathbf{W}_0(V)\times\mathbf{W}_0(V)\times W_0(V)}\}. \tag{2.4}$$

Soit $z_0, \ldots, z_{m-1} \in G(V)$ et $P_m(z_0, \ldots, z_{m-1}) \equiv P(z_0), \ldots, P(z_{m-1})$.

On a $P_m(z_0, \ldots, z_{m-1}) : H_0(V) \to H(V)$. On note par $H_m(V; z_0, \ldots, z_{m-1})$ l'ensemble des valeurs de l'application $P_m(z_0, \ldots, z_{m-1})$ dans $H(V)$. Par ce que $P(z)$ est biunivoque, $P_m(z_0, \ldots, z_{m-1})$ est aussi, et il existe

$$P_m^{-1}(z_0, \ldots, z_{m-1}) : H_m(V; z_0, \ldots, z_{m-1}) \to H_0(V).$$

Soit $\chi \in H_m(V; 0, \ldots, 0)$. On définit la norme dans l'espace $H_m(V) \equiv H_m(V; 0, \ldots, 0)$ par $|\chi|_m = |P_m^{-1}(0, \ldots, 0)\chi|_0$.

En vertu de la définition et des propriétés de l'application $P(z)$ il résulte les propriétés suivantes des espaces H_m [3] :

Lemme 2. *Soit* $z_i \in G(V)$ $(i = 1, \ldots, m-1)$ *des éléments fixes en* $G(V)$. *Alors* :

1) $H_m(V; z_0, \ldots, z_{m-1})$ *est un espace métrique complet avec la métrique définie par* $d_m(\chi, \chi') = |\chi - \chi'|_m$ *et* $H_m(V)$ *est un espace Banach avec la norme* $|\cdot|_m$.

2) $H_0(V) \supset H(V) \supset H(V; z_0) \supset \ldots \supset H_m(V; z_0, \ldots, z_{m-1})$; $H_m(V; z, \ldots, z_{m-1})$ *est dense en* $H_l(V; z_0, \ldots, z_{l-1})$ *quel que soit* $l < m$.

Théorème 3 (d'existence). *Si* $z = (\vec{F}, \vec{M}, r) \in C^{m-1}[(0, t_0]; G(V))$, $z^{(m)} \in L_1([0, t_0]; G(V))$ et $\chi = (\vec{u}_0, \dot{\vec{u}}_0, \vec{\varphi}_0, \dot{\vec{\varphi}}_0, T_0, \dot{T}_0) \in H_m(V; z(0), \ldots, z^{(m-1)}(0))$, $m = 0, 1, \ldots$ *alors il existera une solution à énergie finie* $y = (\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta) \in V(Q_{t_0})$ *en* Q_{t_0} *du système* (1) ... (5) *avec des conditions* [1, (11)] *sur la frontière. Cette solution a les propriétés* :

$$(\vec{u}, \dot{\vec{u}}, \vec{\varphi}, \dot{\vec{\varphi}}, \theta, \dot{\theta})\,(t) \in C^m([0, t_0]; H_0(V)) \text{ et}$$

$$(\vec{u}, \dot{\vec{u}}, \vec{\varphi}, \dot{\vec{\varphi}}, \theta, \dot{\theta})\,(0) = (\vec{u}_0, \dot{\vec{u}}_0, \vec{\varphi}_0, \dot{\vec{\varphi}}_0, T_0, \dot{T}_0), \tag{i}$$

$$\left(\overset{(k)}{\vec{u}}, \overset{(k+1)}{\vec{u}}, \overset{(k)}{\vec{\varphi}}, \overset{(k+1)}{\vec{\varphi}}, \overset{(k)}{\theta}, \overset{(k+1)}{\theta}\right)(t) \in H_{m-k}\left(V; \overset{(k)}{z}(t), \ldots, \overset{(m-1)}{z}(t)\right) \tag{ii}$$

$$k = 0, 1, \ldots, m;\ t \in [0, t_0] \text{ et}$$

$$\left(\vec{u}^{(k)},\ \vec{u}^{(k+1)},\ \vec{\varphi}^{(k)},\ \vec{\varphi}^{(k+1)},\ \theta^{(k)},\ \theta^{(k+1)}\right)(t) =$$

$$= P_{m-k}\left(z(t),\ldots,z^{(m-1)}(t)\right)\left(\vec{u}^{(m)},\ \vec{u}^{(m+1)},\ \vec{\varphi}^{(m)},\ \vec{\varphi}^{(m+1)},\ \theta^{(m)},\ \theta^{(m+1)}\right)(t)\,; \tag{2.5}$$

(iii) *il existe une constante* $c>0$ *qui dépend seulement de* T_0, ρ, α, *telle que*

$$\left\{\left|\left(\vec{u}^{(k)},\ \vec{u}^{(k+1)},\ \vec{\varphi}^{(k)},\ \vec{\varphi}^{(k+1)},\ \theta^{(k)},\ \theta^{(k+1)}\right)(t)\right|_0^2 + \int_0^t\int_V [\alpha d - h\,\theta^{(k+1)2} + k_{ij}\,\theta^{(k)}_{,j}\,\theta^{(k)}_{,i}]\,d\tau\,dV\right\}^{1/2} \leqslant$$

$$\leqslant |P_k^{-1}(z(0),\ldots,z^{(k-1)}(0))\chi|_0 + c\int_0^t \|z^{(k)}(\tau)\|_{W_6(V)\times W_6(V)\times W_6(V)}\,d\tau, \tag{2.6}$$

$$k=0,\ 1,\ldots,\ m\,;\ t\in[0,\ t_0].$$

En (2.6) *l'egalité a lieu pour* $z\equiv 0$.

Démonstration. On construit y comme la somme de $y^{(1)}$ et $y^{(2)}$, où $y^{(1)}$ satisfait les conditions sur la surface [1, (11)] et les conditions initiales χ, et $y^{(2)}$ satisfait les conditions [1, (1)...(5)], conditions initiales nules et la source appropriée ; l'existence de $y^{(2)}$ a été démontré dans le Théorème 2 de [1].

En vertu de la Lemme 2, $H_{m+4}\left(V;\ z(0),\ldots,z^{(m+3)}(0)\right)$ est dense en $H_m\left(V;\ z(0),\ldots,z^{(m-1)}(0)\right)$. Utilisant cet resultat et (2.5), il résulte qu'il est sufisant de démontrer la théorème pour $z\in C^\infty([0,t_0]\,;\ G(V))$ et $\chi\in H_{m+4}\left(V;\ z(0),\ldots,z^{(m+3)}(0)\right)$. On utilisera une construction auxiliaire. D'après (2.1) on a $\chi=P^{-1}(z)\eta$ où $(\vec{w},\ \vec{\zeta},\ \tau)$ est la solution en sens faible du système

$$\begin{aligned} h\tau &= k_{ij}\,\theta_{,\,ij} - dR + a_{ij}\,(v_{i,j} - \varepsilon_{ijk}\,\Phi_k) - \frac{1}{\theta_0}\,\rho r,\\ \rho w_i &= A_{jikl}\,(u_{l,kj} - \varepsilon_{kln}\,\varphi_{n,j}) + a_{ji}\,\theta_{,j} + \alpha a_{ji} R_{,j} + \rho F_i,\\ I_{ij}\zeta_j &= C_{ijkl}\varphi_{l,kj} + \varepsilon_{ijk}A_{jkrs}\,(\varphi_{s,r} - \varepsilon_{rsn}\varphi_n) + \varepsilon_{ijk}a_{jk}\theta +\\ &\quad + \varepsilon_{ijk}\,\alpha a_{jk}\,R + \rho M_i. \end{aligned} \tag{2.7}$$

On définit

$$\chi^{(k)} = \left(\vec{u}_0^{(k)},\ \vec{u}_0^{(k+1)},\ \vec{\varphi}_0^{(k)},\ \vec{\varphi}_0^{(k+1)},\ T_0^{(k)},\ T_0^{(k+1)}\right) \equiv$$

$$\equiv P_k^{-1}\left(z(0),\ldots,z^{(k-1)}(0)\right)\left(\vec{u}_0,\ \dot{\vec{u}}_0,\ \vec{\varphi}_0,\ \dot{\vec{\varphi}}_0,\ T_0,\ \dot{T}_0\right),\quad k=1,\ldots,m+2. \tag{2.8}$$

Tenant compte de (2.7) on a

$$h\overset{(k+1)}{T}_0 = k_{ij}\overset{(k-1)}{T}_{0,ij} - d\overset{(k)}{T}_0 + a_{ij}(\overset{(k)}{u}_{0i,j} - \varepsilon_{ijk}\overset{(k)}{\varphi}_{0k}) + \frac{1}{\theta_0}\rho\overset{(k-1)}{r}(0),$$

$$\rho\overset{(k+1)}{u}_{0i} = A_{ijkl}\left(\overset{(k-1)}{u}_{0l,kj} - \varepsilon_{kln}\overset{(k-1)}{\varphi}_{0n,j}\right) + a_{ij}\overset{(k-1)}{T}_{0,j} + \rho\overset{(k-1)}{F}_i(0) + a_{ij}\overset{(k)}{T}_{0,j}, \tag{2.9}$$

$$I_{ij}\overset{(k+1)}{\varphi}_{0j} = C_{jikl}\overset{(k-1)}{\varphi}_{0l,j} + \varepsilon_{ijk}A_{jkrs}\left(\overset{(k-1)}{\varphi}_{0s,r} - \varepsilon_{rsn}\overset{(k-1)}{\varphi}_{0n}\right) +$$

$$+ a_{ij}\varepsilon_{ijk}\overset{(k-1)}{T}_0 + \rho\overset{(k-1)}{M}_i(0) + \varepsilon_{ijk}\alpha a_{jk}\overset{(k)}{T}_0, \qquad k = 1, \ldots, m+2,$$

dans le sens faible.

Avec cet $\overset{(k)}{\chi}$ nous allons définir

$$y^{(1)}(t) = (u^{(1)}, \varphi^{(1)}, \theta^{(1)})(t) =$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{m+3}\frac{1}{k!}\overset{(k)}{u}_0 t^k, \sum_{k=0}^{m+3}\frac{1}{k!}\overset{(k)}{\varphi}_0 t^k, \sum_{k=0}^{m+3}\frac{1}{k!}\overset{(k)}{T}_0 t^k\right), \tag{2.10}$$

qui ne vérifie pas le système (2.7). On introduit les notations

$$hr^* = k_{ij}\theta^{(1)}_{,ij} + \frac{1}{\theta_0}\rho r - d\dot{\theta}^{(1)} + a_{ji}(\dot{u}^{(1)}_{i,j} - \varepsilon_{ijk}\dot{\varphi}^{(1)}_k),$$

$$\rho f^*_i = A_{jikl}(u^{(1)}_{k,lj} - \varepsilon_{kln}\varphi^{(1)}_{n,j}) + a_{ji}(\theta^{(1)}_{,j} + \alpha\dot{\theta}^{(1)}_{,j}) + \rho F_i, \tag{2.11}$$

$$\rho M^*_i = C_{jikl}\varphi^{(1)}_{l,kj} + \varepsilon_{ijk}[A_{jkrs}(\varphi^{(1)}_{rs} - \varepsilon_{rsn}\varphi^{(1)}_n) + a_{jk}(\theta^{(1)} + \alpha\dot{\theta}^{(1)})] + \rho M_i\}.$$

Soit

$$z^{(2)}(t) = (\tilde{F}, \tilde{M}, r), \qquad \tilde{F}_i = f^*_i - \ddot{u}^{(1)}_i,$$

$$\tilde{M}_i = M^*_i - \frac{1}{\rho}I_{ij}\ddot{\varphi}^{(1)}_j, \qquad r^* = \frac{\theta_0}{\rho}h(r^* - \ddot{\theta}^{(1)}). \tag{2.12}$$

Par ce que $z(t) \in C^\infty([0, t_0]; G(V))$, il suit que $z^{(2)}(t) \in C^\infty([0, t_0]; G(V))$ et tenant compte de (2.8)...(2.12) on a

$$\overset{(k)}{z}{}^{(2)}(0) = 0, \qquad k = 0, 1, \ldots, m+1. \tag{2.13}$$

Soit $\hat{y}^{(2)}$ la solution à énergie finie du système (1)...(5) avec les conditions sur la frontière [1, (11)], les conditions initiales nules et la charge $\overset{(m+2)}{z}{}^{(2)}(t)$.

L'existence de $\hat{y}^{(2)}$ est garantie par le Théorème 2 de [1]. On note

$$y^{(2)}(t) = (u^{(2)}, \varphi^{(2)}, \theta^{(2)})(t) = \int_0^t d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \ldots \int_0^{\tau_{m+1}} \hat{y}^{(2)} d\tau. \tag{2.14}$$

On applique le Lemme 1 [1] et on tire la conclusion que $\overset{(k)}{y}{}^{(2)}(t)$, $k=0, 1, \ldots, m+2$ est la solution du même système avec des conditions initiales nules et la charge $\overset{(k)}{z}{}^{(2)}(t)$, $k=0, 1, \ldots, m+2$.

Par la suite

$$\mathcal{L}(\overset{(k)}{y}{}^{(2)}, \overset{(k)}{\Psi}) = \mathcal{D}(\overset{(k)}{z}{}^{(2)}, \Psi), \quad \forall \Psi \in \mathring{U}(Q_{t0}), \quad k=0, 1, \ldots, m+2. \tag{2.15}$$

Tenant compte de (2.13) et de la définition de $\mathcal{D}$, on déduit

$$\mathcal{D}(\overset{(k)}{z}{}^{(2)}, \Psi) = -\mathcal{L}(\overset{(k)}{y}{}^{(1)}, \Psi) + \mathcal{D}(\overset{(k)}{z}, \Psi) + \mathcal{E}(\overset{(k)}{\chi}, \Psi), \quad \forall \Psi \in \mathring{U}(Q_{t0}). \tag{2.16}$$

Si on définit

$$y(t) = y^{(1)}(t) + y^{2()}(t) \tag{2.17}$$

et on tient compte de la liniarité de $\mathcal{L}$, de (2.15) et (2.16), on aura

$$\mathcal{L}(\overset{(k)}{y}, \Psi) = \mathcal{D}(\overset{(k)}{z}, \Psi) + \mathcal{E}(\overset{(k)}{\chi}, \Psi), \qquad \forall \Psi \in \mathring{U}(Q_{t0}), \tag{2.18}$$

qui démontre que $\overset{(k)}{y}$, $k=0, 1, \ldots, m+2$, avec y donné par (2.17), est la solution du système (1)...(5), [1, (11)], avec les conditions initiales nonhomogènes χ, et la charge $\overset{(k)}{z}(t)$. Q.E.D.

On peut démontrer les propriétés (i)—(iii) comme en [3].

Analoguement on démontre le

Théorème 4. *Soit* $y=(\vec{u}, \vec{\varphi}, \theta)$ *la solution à énergie finie du système* (1)...(5) *en* Q_{t0} *avec la charge* z, *tel que pour* $k=0, 1, \ldots, m-1$

$$z(t) \in C^k([0, t_0], G(V)) \cap \{\underset{m-k-1}{\mathbf{W}}(V') \times \underset{m-k-1}{\mathbf{W}}(V') \times \underset{m-k-1}{W}(V')\} \qquad \overset{(m)}{z}(t) \in L_1([0, t_0]; G(V)),$$

les conditions initiales $\chi \in H_m\left(V; z(0), \ldots, \overset{(m=1)}{z(0)}\right)$ *et* V' *est un sousensemble compact en* V.

Si le domain V est de classe C^m, alors

$$(\vec{u}, \dot{\vec{u}}, \vec{\varphi}, \dot{\vec{\varphi}}, \theta, \dot{\theta})(t) \in$$

$$\in C^k\Big([0, t_0]; C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k}(V) \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k-1}(V) \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k}(V) \times$$

$$\times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k-1}(V) \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k}(V) \times C^{m-\left[\frac{n}{2}\right]-k-1}(V)\Big),$$

$$k=0, 1, \ldots, m-\left[\frac{n}{2}\right]-1$$

Le Théorème 4 établit les conditions dans lesquelles une solution à énèrgie finie est une solution classique.

Reçue le 3 Janvier, 1980

Institut Polytechnique, Jassy, Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Rusu E., Crăciunaș A., *Théorème d'existence et d'unicité de la solution dans la théorie généralisée de la thermoélasticité micropolaire linéaire.* (II) *Conditions initiales nonhomogènes.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXV (XXIX)**, *3—4*, s. IV (1979).
2. Fichera G., *Lectures on Linear Elliptic Differential Systems and Eigenvalue Problems.* Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1965.
3. Dafermos C., Arch. Rat. Mech. Anal., **29**, 241—271 (1968).

TEOREMĂ DE EXISTENȚĂ ȘI UNICITATE A SOLUȚIEI ÎN TEORIA GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂȚII MICROPOLARE LINIARE

II. Condiții inițiale neomogene

(Rezumat)

În partea a doua a lucrării se demonstrează teorema de existență a soluției ecuațiilor teoriei generalizate a termoelasticității micropolare liniare, pentru un mediu omogen, anizotrop, cu centru de simetrie, pentru prima problemă la limită, în condiții inițiale neomogene.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 512.8 ; 534.44

A METHOD FOR EIGENVECTORS SEPARATION

BY

FLORIN MACAVEI

0. Introduction. A method is presented for the independent determination of all eigenvectors and eigenvalues of positive definite matrices.

1. Rayleigh Quotient. Let be a square, real, positive definite matrix $[A]$ and the associate eigenproblem

$$[A]\{\Phi\}=a\{\Phi\}. \tag{1}$$

Let be $a_1 \leqslant a_2 \leqslant \ldots \leqslant a_n$ the eigenvalues of the $[A]$ matrix, and $\{\Phi\}_1$, $\{\Phi\}_2$,..., $\{\Phi\}_n$ the corresponding eigenvectors.

For any vector $\{x\}$, the Rayleigh quotient is

$$C_A=\frac{\{x\}^T[A]\{x\}}{\{x\}^T\{x\}}. \tag{2}$$

By premultiplication the both sides of Eq. (1) by $\{\Phi\}^T$, it follows that for $\{x\}=\{\Phi\}_i$

$$C_A=a_i, \qquad (i=1,2,\ldots,n). \tag{3}$$

Rayleigh quotient lies between the lowest and highest eigenvalues of the $[A]$ matrix

$$a_1 \leqslant C_A \leqslant a_n. \tag{4}$$

Rayleigh principle states that in an eigenmode, Rayleigh quotient is stationary. From (4) it follows that for the first eigenmode C_A is a minimum and for the last one, a maximum.

In Fig. 1 the variation of the Rayleigh quotient on the unit radius sphere for a 3×3 matrix having the eigenvalues $a_1<a_2<a_3$, is plotted. For $\{\Phi\}_1$ Rayleigh quotient C_A has a minimum, for $\{\Phi\}_3$ a maximum, but for $\{\Phi\}_2$ only a stationary value. Namely, covering the equator $z=0$, for $\{\Phi\}_2$, C_A is a maximum one, and covering the meridian $x=0$, C_A is a minimum one. Also, it may be outlined that starting from any point of the sphere, by Rayleigh quotient minimization, one arrives to the first eigenvector $\{\Phi\}_1$.

If we want to obtain an eigenvector $\{\Phi\}_i$, different from $\{\Phi\}_1$, we must impose the orthogonality condition with respect to the previous eigenvectors $\{\Phi\}_1, \ldots, \{\Phi\}_{i-1}$. It follows that in the calculated $\{\Phi\}_i$ are heaped up all errors of the vectors $\{\Phi\}_1, \ldots, \{\Phi\}_{i-1}$.

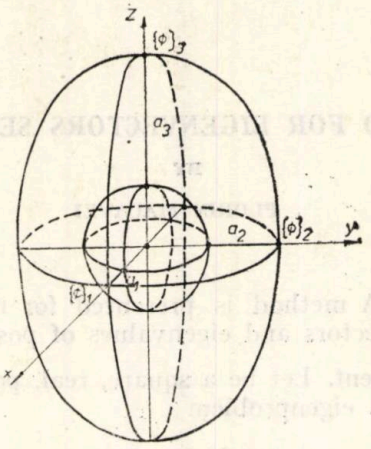


Fig. 1

2. Rayleigh Product. We now introduce the notion of Rayleigh product — that in contrast with Rayleigh quotient — allows the *independent* determination of the eigenvectors.

D e f i n i t i o n. The Rayleigh product of a matrix $[A]$ is called the product between the Rayleigh quotient of the $[A]$ matrix and Rayleigh quotient of the inverse matrix, $[A]^{-1}$:

$$P = C_A \cdot C_{A^{-1}}, \tag{5}$$

or

$$P = \frac{\{x\}^T [A] \{x\} \{x\}^T [A]^{-1} \{x\}}{(\{x\}^T \{x\})^2} \tag{6}$$

It results immediately the following

P r o p e r t y 1. *The Rayleigh product of a matrix equals the Rayleigh product of its inverse matrix.*

The study of Rayleigh product's properties is much simplified if is made for diagonal matrices.

3. Reduction of the Study to Diagonal Matrices. Let be the coordinate transformation

$$\{x\} = [\Phi] \{y\}, \tag{7}$$

where $[\Phi]$ is the matrix of which columns are the n eigenvectors of the $[A]$ matrix, the eigenvectors being of unit Euclidian norm. In other words $[\Phi]$ is the modal matrix. Because the eigenvectors are orthogonal with respect to the $[A]$ and I (unit matrix), it follows that the matrix

$$[D] = [\Phi]^T [A] [\Phi] \tag{8}$$

is a diagonal one, and

$$[\Phi]^T [\Phi] = I. \tag{9}$$

The transformation (7) has the following properties:

a) *maintains the vector length*; indeed

$$\begin{aligned} \|y\| &= (\{y\}^T \{y\})^{1/2} = ((\,[\Phi]^T \{x\})^T ([\Phi]^T \{x\}))^{1/2} = \\ &= (\{x\}^T [\Phi] [\Phi]^T \{x\})^{1/2} = (\{x\}^T \{x\})^{1/2} = \|x\|, \\ \|y\| &= \|x\| ; \end{aligned} \tag{10}$$

b) *maintains the angle between the vectors*; indeed

$$\begin{aligned} \cos \widehat{(\{y\}_1 \{y\}_2)} &= \frac{\{y\}_1^T \{y\}_2}{\|y_1\| \|y_2\|} = \frac{([\Phi]^T \{x\}_1)^T [\Phi]^T \{x\}_2}{\|x_1\| \|x_2\|} = \\ &= \frac{\{x\}_1^T [\Phi] [\Phi]^T \{x\}_2}{\|x_1\| \|x_2\|} = \frac{\{x\}_1^T \{x\}_2}{\|x_1\| \|x_2\|} = \cos \widehat{(\{x\}_1, \{x\}_2)}, \\ \cos \widehat{(\{y\}_1, \{y\}_2)} &= \cos \widehat{(\{x\}_1, \{x\}_2)}; \end{aligned} \tag{11}$$

c) *maintains the Rayleigh quotient*; in other words, Rayleigh quotient $C_A(x)$ of the vector $\{x\}$ in respect to the matrix $[A]$, equals the Rayleigh quotient $C_D(y)$ of the vector $\{y\}$ in respect to the matrix $[D]$, where $\{x\}$ and $\{y\}$ are related by relation (7), and matrices $[A]$ and $[D]$ are related by relation (8). In fact.

$$\begin{aligned} C_D(y) &= \frac{\{y\}^T [A] \{y\}}{\{y\}^T \{y\}} = \frac{([\Phi]^T \{x\})^T ([\Phi]^T [A] [\Phi]) ([\Phi]^T \{x\})}{([\Phi]^T \{x\})^T ([\Phi]^T \{x\})} = \\ &= \frac{\{x\}^T [\Phi] [\Phi]^T [A] [\Phi] [\Phi]^T \{x\}}{\{x\}^T [\Phi] [\Phi]^T \{x\}} = \frac{\{x\}^T [A] \{x\}}{\{x\}^T \{x\}} = C_A(x), \\ C_D(y) &= C_A(x) ; \end{aligned} \tag{12}$$

d) *maintains the Rayleigh product*; this property of the transformation (7) follows from the property c) applied to the matrices $[A]$ and $[A]^{-1}$, and from equation (5) that defines the Rayleigh product.

The properties a), b), c), and d), obviously hold for the inverse transformation

$$\{y\} = [\Phi]^T \{x\}. \tag{13}$$

It follows that the study of the Rayleigh product properties for real, positive definite matrices, may be reduced to the diagonal matrices having positive diagonal elements. Regarding to the relation (8), the diagonal elements of the matrix $[D]$ are the eigenvalues a_i $(i = 1, \ldots, n)$ of the matrix $[A]$.

4. Some Properties of Rayleigh Product. By performing the transformation (7), Rayleigh product (6) becomes

$$P = C_A(x)\cdot C_A^{-1}(x) = C_D(y)\cdot C_D^{-1}(y) = \frac{\{y\}^T [D]\{y\}\{y\}^T [D]^{-1}\{y\}}{(\{y\}^T\{y\})^2}, \tag{14}$$

where

$$[D] = \begin{bmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \text{zero} \\ & & \ddots & \\ \text{zero} & & & a_n \end{bmatrix}, \quad [D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a_1 & & & \\ & 1/a_2 & & \text{zero} \\ & & \ddots & \\ \text{zero} & & & 1/a_n \end{bmatrix}. \tag{15}$$

If one analizes the variation of the P product on the hipersphere of unit radius, then $\{y\}^T\{y\} = 1$, or

$$y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2 = 1. \tag{16}$$

Thus, the expression of the Rayleigh product is simpliefied to

$$P = (a_1 y_1^2 + a_2 y_2^2 + \ldots + a_n y_n^2)\left(\frac{1}{a_1} y_1^2 + \frac{1}{a_2} y_2^2 + \ldots + \frac{1}{a_n} y_n^2\right). \tag{17}$$

Property 2. *In an eigenmode, Rayleigh product is stationary.* Indeed,

$$P = C_D \cdot C_D^{-1}$$

and the factors C_D and C_D^{-1} have a stationary value due to the Rayleigh principle; it follows that the product P has also a stationary value.

Property 3. *For all the eigenmodes, the stationary value of Rayleigh product equals the unit.*

Indeed, an eigenvector $\{\Phi\}_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ is

$$\{\Phi\}_i = (\underset{1}{0} \ldots 0 \underset{i}{1} 0 \ldots \underset{n}{0}) \tag{18}$$

and the product (17) becomes

$$P = a_i\, 1^2 \frac{1}{a_i} 1^2 = 1. \tag{19}$$

Property 4 (Separation Theorem). *In an eigenmode, Rayleigh product has a minimum value.*

In fact because P is a continuous function (expression (17)) is it enough to show that P is greater than 1 for any vector different from any eigenvector. The expression (17) may be put into the form

$$P = \sum_{i=1}^{n} y_i^4 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{n} \left(\frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i}\right) y_i^2 y_j^2. \tag{20}$$

From $\frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i} - 2 = \frac{(a_i - a_j)^2}{a_i a_j} \geqslant 0$ it follows that

$$\frac{a_i}{a_j}+\frac{a_j}{a_i}\geqslant 2. \tag{21}$$

The equality holds if and only if $a_i = a_j$ (multiple eigenvalue). Because $\{y\}$ is not an eigenvector, it results that there exists at least an $y_i \neq 0$ and an $y_j \neq 0$, with $i \neq j$. Hence

$$P > \sum_{i=1}^{n} y_i^4 + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{n} y_i^2 y_j^2 = \left(\sum_{i=2}^{n} y_i^2\right)^2 = 1. \tag{22}$$

The proof is complete.

Hence around each eigenvector there is a concavity of the product P. We shall calle *eigendepression i*, that zone of the unit radius hipersphere around the eigenvector $\{\Phi\}_i$, which has the property that starting from any point, by Rayleigh product minimization, one arrives to the eigenvector $\{\Phi\}_i$. The eigendepressions isolate the eigenvectors. In the case of a multiple eigenvalue, Rayleigh product has unit value for all the corresponding eigensubspaces.

5. Conclusions. The last property allows independent determination of all the eigenvectors. The eigenvalues and eigenvectors are calculated by minimizing Rayleigh product, for example by a gradient method. This proceeding is also applicable to improve the eigenvectors reckoned by different methods.

Received October 2, 1979

Institute of Civil Engineering, Bucharest, Department of Theoretical and Applied Mechanics

REFERENCES

1. Bathe K. J., Wilson E. L., *Numerical Methods in Finite Element Analysis.* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1976.
2. Gantmaher F. R., *Teoria matricilor* (transl. from Russian, Ed. 1954). Ed. Acad. R.P.R., 1960.
3. Macavei Fl., *Coordonate normale statice și inerțiale pentru determinarea modurilor proprii de vibrație ale structurilor.* A IV-a Conf. de mecanică, București, 1975.
4. Pshenichny B. N., Danilin Yu. M., *Numerical Methods in Extremal Problems.* Mir Publishers, Moscow, 1978.
5. Wilkinson J. H., *The Algebraic Eigenvalue Problem.* Clarendon Press, Oxford, 1965.

O METODĂ DE SEPARARE A VECTORILOR PROPRII

(Rezumat)

Se introduce noțiunea de „produs Rayleigh" și se demonstrează unele proprietăți ale acestuia. Spre deosebire de citul Rayleigh, produsul Rayleigh este minim pentru fiecare vector propriu al matricelor reale, pozitiv definite. Se formează astfel „depresiuni proprii" care separă vectorii proprii. Acest fapt permite determinarea *independentă* a modurilor proprii, fapt deosebit de important pentru exactitatea rezultatelor. Procedeul poate fi aplicat și la îmbunătățirea vectorilor proprii calculați prin alte metode.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 534.01

CONTROLE OPTIMAL DE VIBRATIONS MÉCANIQUES AVEC LA MÉTHODE GRADIENT-RESTAURATION

PAR

VICTOR-FLORIN POTERAŞU et DIMITRIE POPESCU

1. **Introduction.** La méthode gradient-restauration a été étudiée et appliquée, surtout aux problèmes des vols spacieux, par A. Miele et ses collaborateurs [1], [2] et développée pour les cas ayant des restrictions inéqualitées contenant le paramètre de controle par J. Dolezal, J. Fidler [3].

La méthode détermine les trajectoires optimales des corps en faisant appel aux problèmes linéaires paramétriques.

Dans ce qui suit nous utiliserons la méthode gradient-restauration à l'optimisation du paramètre de controle des systèmes mécaniques.

La méthode peut-être utilisée pour les systèmes linéaires et non-linéaires.

2. **Description du système mécanique.** On considère le système mécanique de la fig. 1. Son mouvement est décrit par le système suivant d'équations différentielles ordinaires non-linéaires:

$$(1)\qquad \begin{cases} (M_1+M_2)\,\ddot{x}_1+k_e\,x_1=M_2\,a\,(\cos\varphi_2\,\dot{\varphi}_2^2+\sin\varphi_2\,\ddot{\varphi}_2), \\ (J_2+M_2\,a^2)\,\ddot{\varphi}_2=M_2\,a\,(\ddot{x}_1\sin\varphi_2-g\sin\varphi_2), \end{cases}$$

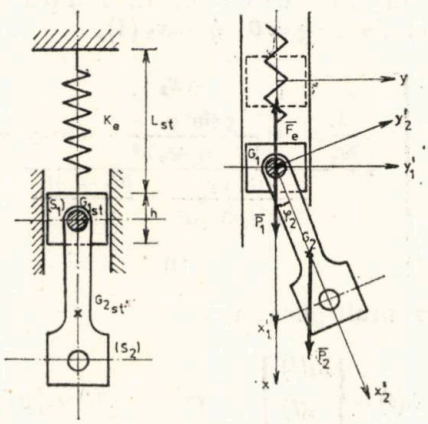


Fig. 1

où $\overline{G_1 G_2} = a$, M_1 — la masse du solide S_1, M_2 — la masse du solide S_2, J_2 — le moment d'inertie du solide S_2 par rapport à l'axe centrale d'inertie parallèle à l'axe de rotation relative. On néglige les frottements des appuis extérieurs et de la rotule intérieure.

On choisit comme paramètre de controle la vitesse angulaire φ_2 du solide S_2 ($\dot{\varphi}_2 = u$).

Le système (1) prends la forme

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{dx_1}{d\theta} = \tau x_2, \\ \dfrac{dx_2}{d\theta} = \tau \dfrac{\dfrac{k_s}{M_2} x_1 + \dfrac{g \sin^2 \varphi_2}{1 + J_2/M_2 a^2} - a u^2 \cos \varphi_2}{\dfrac{\sin^2 \varphi_2}{1 + J_2/M_2 a^2} - \dfrac{M_1 + M_2}{M_2}}. \end{cases}$$

où $t = \theta/\tau$ — sans dimension.

L'index de performance est choisi le temps minimum fait par le solide S_2, entre deux positions, initiale et finale, indiquées par l'angle φ_2, c'est-à-dire

$$(3)\quad I = \int_0^1 \tau dt = \text{minimum}.$$

Les conditions initiales et finales sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \varphi_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \\ k_2 \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \\ \varphi_2(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{bmatrix}.$$

3. Détermination du paramètre de controle optimal. D'après les notations du livre de Vl. Ionescu et L. Lupaș [4], il résulte $n = 3$, $q = 1$, $\gamma = 1$, $p = 1$ et $f = \tau$, $g = 0$, $\psi = x_2(1)$,

$$\varphi = \begin{bmatrix} \tau x_2 \\ \tau \dfrac{\dfrac{k_s}{M_2} x_1 + \dfrac{g \sin^2 \varphi_2}{1 + J_2/M_2 a^2} - a \cos \varphi_2 u^2}{\dfrac{\sin^2 \varphi_2}{1 + J_2/M_2 a^2} - \dfrac{M_1 + M_2}{M_2}} \\ \tau u \end{bmatrix};$$

n et q imposent les multiplicateurs

$$\lambda(t) = \begin{bmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \\ \lambda_3(t) \end{bmatrix} \qquad \text{et} \qquad \mu(t) = [\mu_2].$$

Conformément aux équations de l'optimum

$$f_x = 0, \quad \varphi_x = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau \frac{k_e}{AM_2} & 0 & \tau B \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

où

$$A = a_3 \sin^2 \varphi_2 - b_1, \quad B = \frac{a_1 u^2 \sin \varphi - a_2 \sin 2\varphi_2 - a_3 a u^2 \sin^3 \varphi_2}{(a_3 \sin^2 \varphi_2 - b_1)^2},$$

$$a_1 = a(-b_1 + 2a_3), \quad a_2 = a_3\left(g b_1 + \frac{k_e}{M_2} x_1\right), \quad a_3 = \frac{1}{1 + J_2/M_2 a^2}, \quad b_1 = \frac{M_1 + M_2}{M_2},$$

$$\psi_x = [0 \;\; 1 \;\; 0], \quad f_\tau = 1, \quad \varphi_\tau = \begin{bmatrix} x_2 \\ \dfrac{\frac{k_e}{M_2} x_1 + g a_3 \sin^2 \varphi_2 - a \cos \varphi_2 u^2}{a_3 \sin^2 \varphi_2 - b_1} \\ u \end{bmatrix},$$

$$\varphi_u = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dfrac{2a\tau u \cos \varphi_2}{a_3 \sin^2 \varphi_2 - b_1} \\ \tau \end{bmatrix}, \quad g_\tau = 0, \quad \psi_\tau = 0$$

et on obtient

$$\dot{\lambda} = -\varphi_x \lambda, \quad 0 = -\varphi_u^T \lambda_1, \quad 0 = \int_0^1 (1 - \varphi_\tau^T \lambda)\, dt, \quad \lambda_2 + [0 \;\; 1 \;\; 0]\, \mu = 0.$$

L'indexes des performances attachées aux restrictions sont

$$P = \int_0^1 \left[(\dot{x}_1 - \tau x_2)^2 + \left(\dot{x}_2 - \tau \frac{\frac{k_e}{M_2} x_1 + g a_3 \sin^2 \varphi_2 - a \cos \varphi_2 u^2}{a_3 \sin^2 \varphi_2 - b_1} \right)^2 + (\dot{\varphi}_2 - \tau u)^2 \right] dt + x_2^2(1),$$

$$Q = \int_0^1 \left[\left(\dot{\lambda}_1 + \frac{\tau k_e}{AM_2} \lambda_2 \right)^2 + (\dot{\lambda}_2 + \tau \lambda_1)^2 + (\dot{\lambda}_3 + B\lambda_3)^2 \right] dt +$$

$$+ \int_0^1 \left(\frac{2a\tau \cos \varphi_2}{A} u \lambda_2 + \tau \lambda_3 \right)^2 dt +$$

$$+ \left[\int_0^1 \left(1 - x_2 \lambda_1 - \tau \frac{\frac{k_e}{M_2} x_1 + g a_3 \sin^2 \varphi_2 - a u^2 \cos \varphi_2}{A} \lambda_2 - u \lambda_3 \right) dt \right]^2 +$$

$$+ [\lambda_1(1)]^2 + [\lambda_2(1) + \mu]^2 + [\lambda_3(1)]^2.$$

4. Application numérique. On choisit comme solution initiale $\tilde{x}_1(t) = k_1 = 0{,}5$, $\tilde{x}_2(t) = 0$, $\varphi_2(t) = k_2 = \pi/18$, $u = 1$, $\tau = 0{,}5$, $x_2(1) = 0$.

Avec cette solution on obtient : $b_1 = 1{,}5$, $a_3 = 0{,}75$, $a_1 = 0$, $a_2 = 12{,}53$, $A = -1{,}48$, $B = -1{,}94$ (on choisit $k_e/M_2 = 3$).

L'index de performance, $P_1 = 0{,}55$.

Les conditions à la limite sont vérifiées mais le système d'équations différentielles de mouvement ne l'est pas.

Avec les valeurs considerées il résulte pour le paramètre de controle optimal $u(t)$, l'expression

$$\hat{u}(t) = 0{,}63 + 0{,}2 \sin (0{,}71\, t - 0{,}71) - 0{,}02 \cos (0{,}71\, t - 0{,}71) + 0{,}04 \cos (0{,}71\, t + 0{,}86),$$

$$\hat{\tau} = 0{,}39, \qquad P_2 = 0{,}42 < P_1 = 0{,}55$$

et le processus est convergent.

5. Conclusions. La méthode de gradient-restauration peut être appliquée en introduisant des restrictions inégalitées concernant les variables d'états et le paramètre de controle.

Cependant, il est nécessaire d'introduire des restrictions concernant les conditions de stabilité du système mécanique nonlinéaire [5].

On peut considérer, aussi, d'autres paramètres de controles, à savoir : le moment d'inertie du solide S_2, les masses des solides, le rapport des masses etc.

Il est très important de considérer les grandes amplitudes, ainsi que la condition de résonance, dans le cas du mouvement du solide S_2 (ayant une forme quelconque) dans un milieu visqueux.

Reçue le 9 Novembre 1979

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Miele A., Pritchard R. E., Damoulanis J. N., *Sequential Gradient-Restoration Algorithm for Optimal Control Problems.* J.O.T.A., **5**, 4 (1970).
2. Miele A., Huang H. Y., Heidman J. C., *Sequential Gradient-Restoration Algorithm for Minimization of Constrained Functions. Conjugate Gradient Version.* J.O.T.A., 4, oct. 1969.
3. Dolezal J., Fidler J., *Sequential Gradient-Restoration Algorithm for Optimal Control Problems with Control Constraints : Gradient-projection Approach.* Problems of Control and Information Theory, Budapest, **7**, 5, 317–332, 1978.
4. Ionescu Vl., Lupaş L., *Tehnici de calcul în teoria sistemelor.* Vol. **2**, *Sisteme optimale.* Ed. tehn., Buc., 1974.
5. Старжинский В. М., *К теорий нелинеиных колебоний.* Московский государственый унпверситет, М. В. Ломоносов, Москва, 1970.

CONTROLUL OPTIMAL AL VIBRAŢIILOR MECANICE CU METODA GRADIENTULUI RESTABILIT

(Rezumat)

Se studiază problema determinării timpului optim pentru modificarea poziţiei unui sistem mecanic neliniar, cu ajutorul metodei gradientului restabilit fără restricţii.

Se prezintă un exemplu numeric şi se dă valoarea parametrului de control optim care este viteza unghiulată a solidului S_2. Nu se introduc condiţiile de stabilitate a mişcării şi de rezonanţă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 534.44

ASUPRA VARIAŢIEI PULSAŢIILOR PROPRII FUNCŢIE DE RIGIDITATEA ELEMENTELOR AMORTIZOARE DE CAUCIUC LA COMPACTORUL VIBRATOR AUTOPROPULSAT CVA—10

DE

POLIDOR BRATU

1. Indroducere. Compactoarele vibratoare conţin în structura lor elemente din cauciuc, care realizează legătura elastică între diferitele subansamble, permiţînd generarea şi menţinerea vibraţiilor la organul de compactare şi în acelaşi timp avînd rolul de izolare şi amortizare a vibraţiilor nedorite la alte subansamble ale maşinii cum sînt postul de comandă al mecanicului, grupul de acţionare motor-pompă hidraulică, instalaţiile auxiliare etc.

În cadrul INCERC s-a realizat proiectul compactorului vibrator autopropulsat CVA—10, care prevede două trepte de amortizare şi izolare a vibraţiilor, avînd la bază utilizarea elementelor antivibratile din cauciuc. Acest mod de a gîndi maşina cu două trepte de izolare şi amortizare este diferit faţă de modelele existente în străinătate care au în componenţa lor o singură treaptă de izolare şi amortizare a vibraţiilor.

2. Analiza pulsaţiilor. În vederea cercetării modului de realizare a parametrilor vibraţiilor de lucru la organul compactor şi a vibraţiilor cu nivel cît mai scăzut la celelalte subansamble, se impune un studiu al influenţei sistemului elastic de izolare şi amortizare a vibraţiilor. În lucrarea de faţă se studiază o primă etapă şi anume influenţa sistemului de izolare şi amortizare a vibraţiilor asupra pulsaţiilor proprii ale sistemului.

Se consideră în acest scop un model real de compactor vibrator autopropulsat (fig. 1), compus din următoarele elemente : *1* — ruloul vibrator, *2* — şasiul anterior, *3* — prima treaptă elastică de izolare şi amortizare a vibraţiilor, *4* — a doua treaptă elastică de izolare şi amortizare a vibraţiilor, *5* — şasiul posterior, *6* — ruloul posterior, care este de tracţiune. Avînd în vedere gradul ridicat de simetrie a maşinii faţă de planul longitudinal median, construcţia simetrică a şasiului anterior faţă de axa ruloului vibrator şi echivalenţa cît mai ridicată din punct de vedere a caracteristicilor fizico-mecanice, a elementelor din cauciuc, maşina poate fi modelată ca în fig. 2. Se constată că sistemul se caracterizează prin 4 grade de libertate ; cele două trepte de izolare şi amortizare a vibraţiilor au fost modelate numai

prin elemente elastice, deoarece valorile pulsațiilor proprii, în acest caz, sînt afectate într-o proporție mică de cca $\pm$ 5%, față de modelarea prin elemente vîscoelastice.

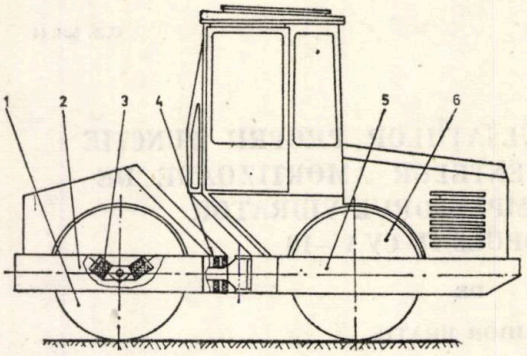


Fig. 1

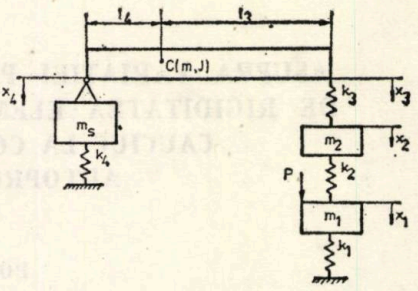


Fig. 2

Pentru modelul dinamic din fig. 2 se poate scrie energia cinetică sub forma

$$2T = m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_3 \dot{x}_3^2 + m_4 \dot{x}_4^2 + 2m_{34}\, \dot{x}_3\, \dot{x}_4 , \tag{1}$$

în care : $m_1 = m_v$ — masa ruloului vibrator ; m_2 — masa șasiului anterior; $m_3 = (ml_4^2 + J)/l^2$ — masa redusă a șasiului posterior pentru punctul de rezemare *3* ; $m_4 = (ml_3^2 + J)/l^2 + m_s$ — masa redusă a șasiului posterior față de punctul de rezemare *4*, însumată cu masa m_s a ruloului static de tracțiune ; $m_{34} = (ml_3 l_4 - J)/l^2$ — masa redusă a șasiului posterior.

Utilizînd notația matricială și produsul scalar în spații Hilbert, forma pătratică (1) poate fi scrisă ca

$$2T = \langle \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} \rangle , \tag{2}$$

unde $\dot{\mathbf{x}}$ — vectorul vitezelor, cu $\dot{\mathbf{x}}^T = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4]$; $\mathbf{M}$ — matricea de inerție.

Matricea de inerție $\mathbf{M}$ este pozitiv definită, simetrică și nesingulară :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{34} & m_4 \end{bmatrix} . \tag{3}$$

Energia potențială de deformare a sistemului mecanic, considerată față de poziția de echilibru static, are expresia

$$2\Pi = k_1 x_1^2 + k_2 (x_1 - x_2)^2 + k_3 (x_2 - x_3)^2 + k_4 x_4^2 . \tag{4}$$

În notație matriceală forma pătratică (4) poate fi scrisă

$$2\Pi = \langle \mathbf{u}, \mathbf{K}_0 \mathbf{u} \rangle , \tag{5}$$

în care $\mathbf{K}_0 = \text{diag}\,\{k_1, k_2, k_3, k_4\}$ — matricea coeficienților de rigiditate ; $\mathbf{u}$ — vectorul deformațiilor elementelor elastice, cu $\mathbf{u}^T = [u_1, u_2, u_3, u_4]$.

Componentele vectorului u sînt determinate de deplasările x_j, $j = 1, \ldots, 4$ ale sistemului astfel:

$$u_1 = x_1, \quad u_2 = x_1 - x_2, \quad u_3 = x_2 - x_3, \quad u_4 = x_4.$$

Legătura dintre deplasări și deformații se realizează prin relația

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \tag{6}$$

unde $\mathbf{A}$ — matricea de influență a deplasărilor asupra deformațiilor; $\mathbf{x}$ — vectorul deplasărilor, cu $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]$.

Matricea $\mathbf{A}$ se poate scrie sub forma

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Folosind relația (6), forma pătratică (5) poate fi exprimată în coordonatele vectorului deplasare $\mathbf{x}$, astfel:

$$2\Pi = <\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{K}_0\mathbf{u}>. \tag{8}$$

Dacă pe spațiul Hilbert X^n considerăm matricea $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots, n$, ca un operator liniar continuu, atunci operatorul adjunct poate fi definit de matricea $\mathbf{A}^T = (a_{ji})$, cu $i, j = 1, \ldots, n$.

În acest caz relația (8) se scrie

$$2\Pi = <\mathbf{x}, \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{u}>, \tag{9}$$

sau ținînd seama de (6),

$$2\Pi = <\mathbf{x}, \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x}>. \tag{10}$$

Notînd $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$ rezultă final

$$2\Pi = <\mathbf{x}, \mathbf{K}\mathbf{x}>. \tag{11}$$

Scriind ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, pentru cazul elastic și în absența forțelor perturbatoare, se obține ecuația diferențială a mișcării sub forma

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \tag{12}$$

Pentru ecuația diferențială (12) se caută soluții de forma

$$\mathbf{x} = \mathcal{R}e\{\mathbf{a}e^{ipt}\}, \tag{13}$$

unde $\mathbf{x}$ — vectorul (coloană) al deplasărilor, avînd drept componente deplasările liniare x_1, x_2, x_3, x_4; $\mathbf{a}$ — vectorul (coloană) al amplitudinilor necunoscute pentru care $\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, a_3, a_4]$; p — pulsația proprie.

Înlocuind soluția (13) în (12) rezultă sistemul de ecuații algebrice

$$(\mathbf{K} - p^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0. \tag{14}$$

Este necesar ca relația (14) să fie satisfăcută de vectorul **a** și scalarul p, deci trebuie rezolvată problema de valori proprii și vectori proprii, relativ la matricele pătratice **K** și **M**.

Prin utilizarea unui program de calcul în FORTRAN, a fost posibilă determinarea pulsațiilor proprii p_1, p_2, p_3, p_4 și a vectorilor proprii, deci a celor 4 moduri proprii de vibrație pentru mai multe variante ale unghiului de așezare a elementelor din cauciuc.

Astfel, s-au obținut pulsațiile proprii în cazul modificării unghiului format de axa de compresiune a amortizorului cu direcția verticală, pentru patru amestecuri distincte de cauciuc, ale primei trepte de amortizare, la compactorul vibrator autopropulsat CVA—10, care se află în fabricație la I.M. „Nicolina" Iași.

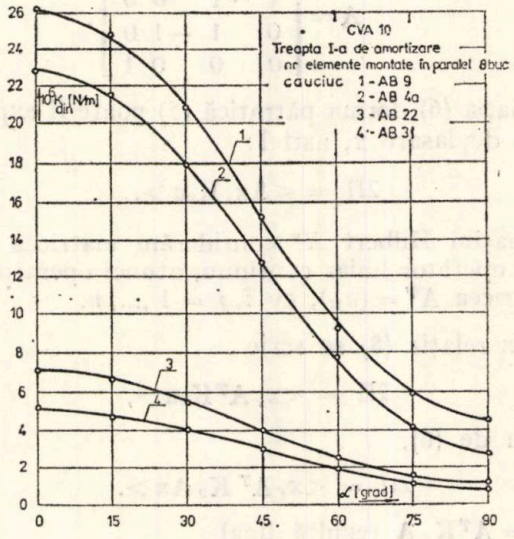


Fig. 3

În fig. 3 se ilustrează variația coeficientului de rigiditate, determinat în regim dinamic, echivalent primei trepte elastice de izolare și amortizare a vibrațiilor, funcție de unghiul de așezare α, conform relației

$$k_\alpha = k_c \cos^2 \alpha + k_y \sin^2 \alpha, \tag{15}$$

unde k_α — coeficientul de rigiditate echivalent corespunzător unghiului de așezare α; k_c — coeficientul de rigiditate echivalent la compresiune, $\alpha = 0$; k_y — coeficientul de rigiditate echivalent la forfecare, $\alpha = 90°$.

În fig. 4, 5 și 7 sînt reprezentate curbele de variație ale pulsațiilor proprii, respectiv p_1, p_2, p_3 și p_4 funcție de unghiul de așezare α și de calitatea cauciucului.

Așadar, în condițiile menținerii la valori constante a celorlalte elemente masice și de rigiditate, prin modificarea unghiului de așezare α între valorile extreme 0° și 90°, se constată variația pulsațiilor proprii p_1, p_2

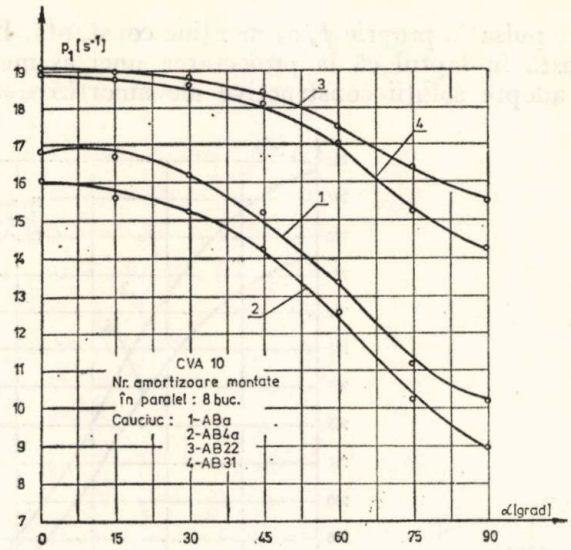

$p_1[s^{-1}]$
CVA 10
Nr. amortizoare montate
în paralel : 8 buc.
Cauciuc : 1-ABa
2-AB4a
3-AB22
4-AB31
α[grad]

Fig. 4

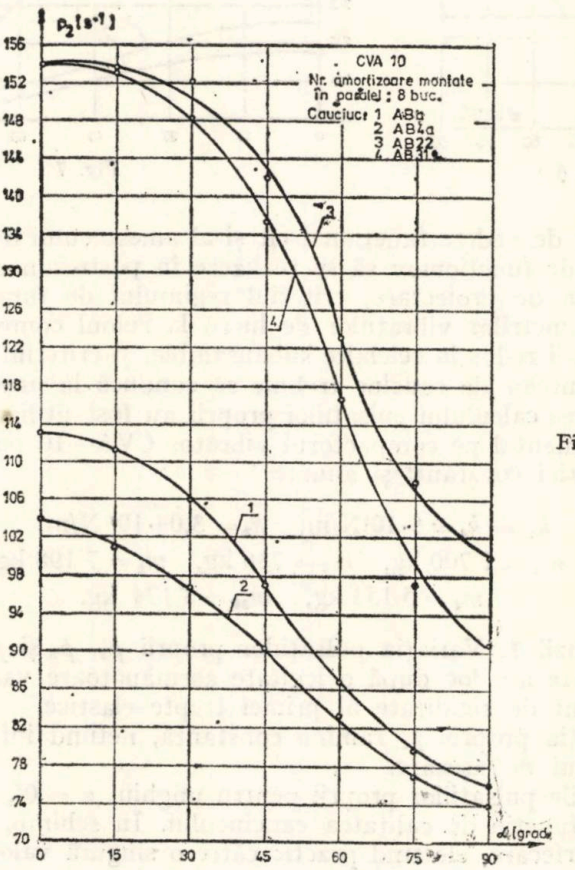

$p_2[s^{-1}]$
CVA 10
Nr. amortizoare montate
în paralel : 8 buc.
Cauciuc: 1 ABa
2 AB4a
3 AB22
4 AB31
α[grad]

Fig. 5

și p_4, în timp ce pulsația proprie p_3 se menține constantă. Importanța acestei analize constă în faptul că la proiectarea unei asemenea mașini este necesar să se adopte soluții constructive ale amortizoarelor din cauciuc,

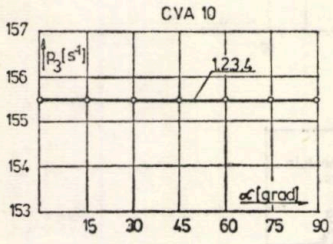


Fig. 6

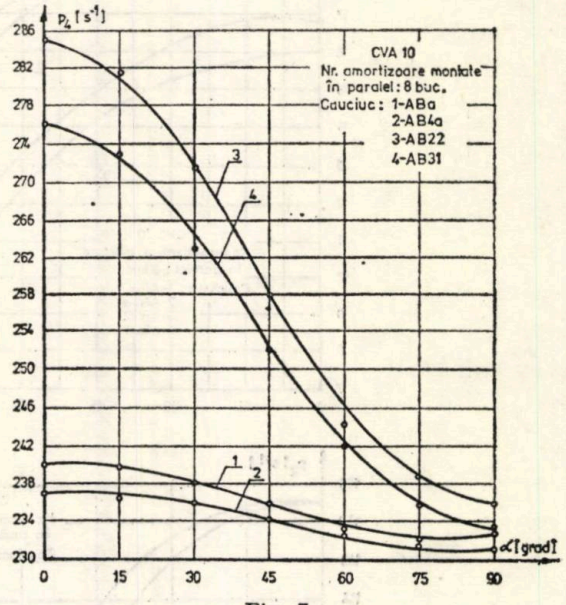


Fig. 7

atît din punct de vedere funcțional cît și al amestecului de cauciuc, astfel încît regimul de funcționare să se realizeze în postrezonanță, deci pentru $\omega > p_4$. În faza de proiectare, criteriul regimului de funcționare, pentru atingerea parametrilor vibrațiilor de lucru la ruloul compactor și a unui nivel de vibrații redus la celelalte subansamble, și criteriul capacității portante a elementelor de cauciuc trebuie să conducă la unghiul de așezare.

În vederea calculului pulsațiilor proprii, au fost utilizate valori determinate experimental pe compactorul vibrator CVA—10 pentru parametrii masici și elastici constanți și anume

$$k_1 = k_4 = 9 \cdot 10^7 \text{N/m}, \quad k_3 = 3{,}04 \cdot 10^6 \text{ N/m},$$
$$m_1 = 1\,700 \text{ kg}, \quad m_2 = 736 \text{ kg}, \quad m_3 = 7\,198 \text{ kg},$$
$$m_4 = 5\,154 \text{ kg}, \quad m_{24} = 3\,174 \text{ kg}.$$

3. Concluzii 1. Variația pulsațiilor proprii p_1, p_2 și p_4 funcție de unghiul de așezare are loc după o legitate asemănătoare variației coeficientului echivalent de rigiditate al primei trepte elastice.

2. Pulsația proprie p_3 rămîne constantă, nefiind influențată de variația unghiului de așezare.

3. Valorile pulsațiilor proprii pentru unghiul $\alpha = 0°$, la compresiune, sînt diferite, funcție de calitatea cauciucului. În schimb, pentru unghiul $\alpha = 90°$, la forfecare, ele tind practic către o singură valoare. Aceasta în-

seamnă că utilizarea la forfecare a elementelor din cauciuc, de aceeași formă și dimensiuni dar amestecuri diferite de cauciuc, conduce la valori foarte apropiate ale pulsațiilor proprii, astfel că în acest caz are preponderență criteriul capacității de rezistență a amortizorului.

Primită la 25 ianuarie 1980

Institutul de cercetări în construcții și economia construcțiilor, București

BIBLIOGRAFIE

1. Bellman R., *Introducere în analiza matriceală* (trad. din l. engleză). Ed., tehn., Buc., 1969.
2. Bratu P., *Cercetări privind dinamica cilindrilor compactori vibratori.* Șt. și cerc. de mecanică aplicată, *3*, **35** (iulie—septembrie 1976).
3. Bratu P., *Influența variației unghiului de așezare a elementelor din cauciuc asupra rigidității dinamice a acestora.* Rev. Construcții, *4* (1977).
4. Bratu P., *Cercetări experimentale asupra elementelor amortizoare din cauciuc.* Lucr. Conferinței „Vibrații în construcții de mașini", Timișoara, 1978.
5. Buzdugan Gh., Fetcu L., Radeș M., *Vibrațiile sistemelor mecanice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1975.
6. Cristescu R., *Analiză funcțională.* Ed. did. și ped., Buc., 1979.
7. Gheorghiu N., *Analiză funcțională.* Litografia Univ. „Al. I. Cuza" Iași, 1970.
8. Mangeron D., Irimiciuc N., *Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie.* Vol. **I**, Ed. tehn., Buc., 1978.
9. Radeș M., *Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1979.
10. Silaș Gh., *Mecanica. Vibrații mecanice.* Ed. did. și ped., Buc., 1968.
11. Stanciu C., Welter L., Bratu P., *Studiul parametrilor dinamici ai cilindrilor compactori vibratori autopropulsați.* Lucr. Conferinței „Vibrații în construcția de mașini", Timișoara, 1975.
12. Stanciu C., *Vibrații și dinamica mașinilor.* Fasc. *I, II*, Litografia Inst. de Construcții Buc., 1974, 1975.
13. Voinea R., Voiculescu D., Ceaușu V., *Mecanica.* Ed. did. și ped., Buc., 1975.
14. *** *Experimentarea în probe de laborator a compactorului vibrator autopropulsat CVA—10.* Buletin de încercări, INCERC, Buc., 1978.

THE INFLUENCE OF RUBBER DAMPING ELEMENTS STIFFNESS ON NATURAL FREQUENCY DRIFT FOR THE SELF PROPELLED VIBRATOR-ROLLER CVA—10

(Summary)

The paper studies the influence of positioning angles of rubber damping element from the first elastic stage, upon the natural frequency of the compacting machine CVA-10, manufactured by „Nicolina" plants in Iași. A simplified computing dynamic model with four degrees of freedom has been used in order to determine the influence of positioning angle on the natural frequency by means of experimental results.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ. TEHNICĂ

C. Z. 532.5 : 530.17 : 621-135

UN MODEL ELECTRIC PENTRU CÎMPUL MERIDIAN PROPRIU UNOR CARENE ÎNCHISE

DE

PAUL MATEI

1. Introducere. Studiul teoretic al carenelor de tip închis, are importante aplicații în problemele care se referă la unele categorii de turbomașini, în speță la cele de tip bulb. În afara metodelor grafice, grafo-analitice sau analitice care se aplică pentru trasarea spectrelor hidrodinamice meridiane, se folosește destul de frecvent procedeul de modelare electroanalogică, în baza identității formale a ecuațiilor care descriu cîmpul hidrodinamic și cel electric, mișcarea fiind considerată potențială-axial simetrică iar fluidul perfect.

Lucrări anterioare [2]...[4] au arătat posibilitatea utilizării superpoziției ca principiu în operația de electromodelare, între cîmpul electric care modelează un curent hidrodinamic „general" (în sensul axei de simetrie Oz sau normal pe planul paralel) și cîmpul unor „surse" (liniforme, punctiforme sau combinații), dispuse de regulă pe axa de simetrie. S-a pus în evidență faptul că odată cu liniile spectrului hidrodinamic rezultă și linia carenei, respectiv a carcasei turbomașinii, ca linie de cîmp optimă în cazul unui ansamblu precizat de singularități.

Schemele electrice elaborate cu această ocazie s-au caracterizat prin folosirea t.e.m. alternative, în opoziție de fază, pentru asigurarea polarității corespunzătoare a singularităților, în concordanță cu ipotezele din hidrodinamică.

În lucrarea de față se extinde această metodă la carenele de tip bulb.

2. Problema hidrodinamică. Carenele de tip închis prezintă particularitatea că sînt reprezentate din punct de vedere matematic prin combinarea unui curent general paralel cu axa de simetrie Oz, cu singularități de tip punctiform și liniform situate în axa de simetrie, al căror debit rezultant este nul. Evident, există o multitudine de posibilități de a admite singularități. În [6] se consideră sistemul din fig. 1, în care Q_1, Q_3 sînt surse punctiforme pozitive, Q_2 — sursă punctiformă negativă iar Q_4 — sursă liniformă negativă. Funcția de curent este

$$\psi = v_\infty \frac{r^2}{2} - \frac{Q_1}{4\pi}(1 + \cos\theta_1) - \frac{Q_3}{4\pi}(1 + \cos\theta_3) + \frac{|Q_2|}{4\pi}(1 + \cos\theta_2) + \frac{Q_4}{4\pi}\left(\frac{R_3 - R_3'}{l} + 1\right). \tag{1}$$

Ecuația frontierei interioare ($\psi = 0$) se scrie adimensional

$$\beta\rho^2 = \delta_1 \cos\theta_1 + \cos\theta_3 - \delta_2 \cos\theta_2 + \delta_4 \frac{\mu_3 - \mu_3'}{\lambda} + 1, \tag{2}$$

mărimile adimensionale fiind definite prin următoarele relații:

$$\beta = \frac{2\pi r_M^2 v_\infty}{Q_3}, \quad \rho = \frac{r}{r_M}, \quad \lambda = \frac{l}{r_M}, \quad \mu_3 = \frac{R_3}{r_M},$$
$$\mu_3' = \frac{R_3'}{r_M}, \quad \delta_1 = \frac{Q_1}{Q_3}, \quad \delta_2 = \frac{Q_2}{Q_3}, \quad \delta_4 = \frac{Q_4}{Q_3}. \tag{3}$$

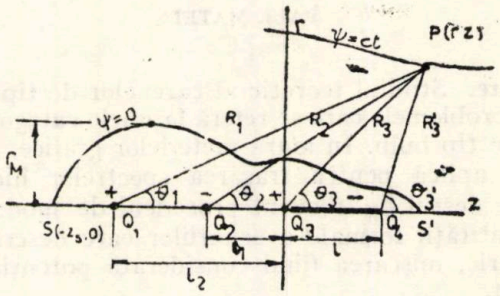


Fig. 1

3. Stabilirea relațiilor de electromodelare. În baza metodei folosite în [2], [3] și a modelului matematic descris, modelul electric cuprinde în afara electrozilor E_1 și E_2, următoarele singularități în axa de simetrie (fig. 2): electrod punctiform pozitiv situat la distanța l_1 de origine, pe semiaxa Oz negativă; electrod punctiform negativ situat la distanța $l_2 < l_1$ față de origine, de asemenea pe semiaxa negativă; electrod punctiform pozitiv situat în origine; electrod liniform negativ situat pe semiaxa Oz pozitivă. Notînd cu I_{p_1}, I_{p_2}, I_{p_3}, I_l curenții introduși în model prin aceste surse, condiția obținerii carenei închise este $I_{p_1} + I_{p_3} = |I_{p_2}| + |I_l|$.

Cîmpul rezultant din model se obține prin superpoziție, fiind caracterizat prin ecuațiile

$$U = U_0 + U_{p_1} + U_{p_2} + U_{p_3} + U_l, \tag{4}$$

$$\psi_e = \psi_{e_0} + \psi_{e_{p_1}} + \psi_{e_{p_2}} + \psi_{e_{p_3}} + \psi_{e_l}. \tag{5}$$

Ținînd seama de expresiile potențialului pentru „curentul general", sursa punctiformă și liniformă, de polarități și de asemenea de expresiile funcțiilor de curent corespunzătoare [2], [3], relațiile (4) și (5) se detaliază astfel:

$$U = -\frac{j_{z_0}}{\sigma} z + \frac{I_{p_1}}{4\pi\sigma R_1} - \frac{|I_{p_2}|}{4\pi\sigma R_2} + \frac{I_{p_3}}{4\pi\sigma R_3} - \frac{|I_l|}{4\pi\sigma l} \ln \frac{R_3 + R_3' + l}{R_3 + R_3' - l}, \tag{6}$$

$$\psi_e = \frac{j_{z_0} r^2}{2} - \frac{I_{p_1}}{4\pi}\cos\theta_1 + \frac{|I_{p_2}|}{4\pi}\cos\theta_2 - \frac{I_{p_3}}{4\pi}\cos\theta_3 + \frac{|I_l|}{4\pi}\frac{R_3 - R_3'}{l} + K\psi_e, \tag{7}$$

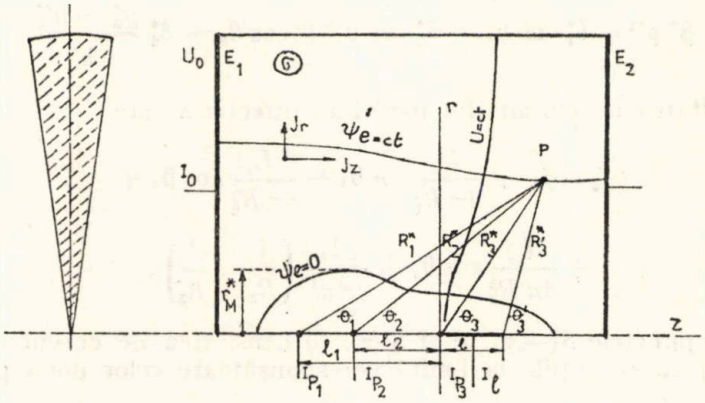


Fig. 2

în care j_{z_0} reprezintă densitatea de curent la nivelul electrodului de capăt iar σ — conductivitatea mediului electroconductor.

Determinarea constantei $K\psi_e$ se poate face din condițiile la limită corespunzătoare punctului $S(-z_s, 0)$ în care $\psi_e = 0$, $r = 0$, $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi$, $R_3 = |z_s|$, $R_3' = l + z_s$. Din relația (7) rezultă valoarea constantei

$$K\psi_e = -\frac{I_{p_1}}{4\pi} + \frac{|I_{p_2}|}{4\pi} - \frac{I_{p_3}}{4\pi} + \frac{|I_l|}{4\pi}.$$

Funcția de curent complet determinată este

$$\psi_e = \frac{j_{z_0} r^2}{2} - \frac{I_{p_1}}{4\pi}(1 + \cos\theta_1) + \frac{|I_{p_2}|}{4\pi}(1 + \cos\theta_2) - \frac{I_{p_3}}{4\pi}(1 + \cos\theta_3) + \frac{|I_e|}{4\pi}\left(\frac{R_3 - R_3'}{l} + 1\right). \tag{8}$$

Ecuația carenei pe modelul electric se obține prin egalarea cu zero a expresiei (8).

Dacă se introduc parametrii adimensionali definiți prin relațiile

$$\beta^* = \frac{2\pi (r_M)^2 j_{z_0}}{I_{p_3}}, \quad \delta^* = \frac{I}{I_{p_3}}, \quad \delta_1^* = \frac{I_{p_1}}{I_{p_3}},$$

$$\delta_2^* = \frac{I_{p_2}}{I_{p_3}}, \quad \delta_3^* = \frac{I_{p_3}}{I_{p_3}} = 1, \quad \delta_4^* = \frac{I_l}{I_{p_3}} \tag{9}$$

şi coordonatele adimensionale

$$(10)\quad \lambda^* = \frac{l^*}{r_M^*},\quad \rho^* = \frac{r^*}{r_M^*},\quad \mu_1^* = \frac{R_1^*}{r_M^*},\quad \mu_2^* = \frac{R_2^*}{r_M^*},\quad \mu_3^* = \frac{R_3^*}{r_M^*},\quad \mu_3'^* = \frac{R_3'^*}{r_M^*},$$

ecuaţia carenei $\psi_e = 0$ se va scrie într-o formă identică cu (2):

$$(11)\quad \beta^* \rho^{*2} = \delta_1^* \cos\theta_1 - \delta_2^* \cos\theta_2 + \cos\theta_3 + \delta_4^* \frac{\mu_3^* - \mu_3'^*}{\lambda^*}$$

Densitatea de curent din model în direcţia z este

$$(12)\quad j_z = j_{z_0} + \frac{I_{p_1}}{4\pi R_1^2}\cos\theta_1 - \frac{|I_{p_2}|}{4\pi R_2^2}\cos\theta_2 + \frac{I_{p_3}}{4\pi R_3^2}\cos\theta_3 + \frac{|I_l|}{4\pi l}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3'}\right).$$

Întrucît în punctele $S(-z_s, 0)$ şi $S'(z_s, 0)$ densitatea de curent este nulă, relaţia (12) cu condiţiile la limită corespunzătoare celor două puncte se va scrie

$$(13)\quad 0 = j_{z_0} - \frac{I_{p_1}}{4\pi (z_s - l_1)^2} + \frac{|I_{p_2}|}{4\pi (z_s - l_2)^2} - \frac{I_{p_3}}{4\pi z_s^2} + \frac{|I_l|}{4\pi l}\left(\frac{1}{z_s} - \frac{1}{z_s + l}\right),$$

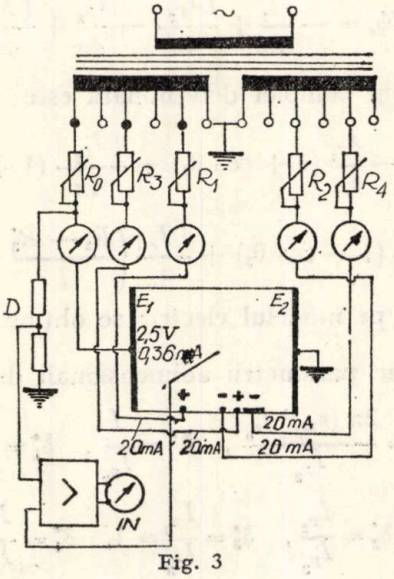


Fig. 3

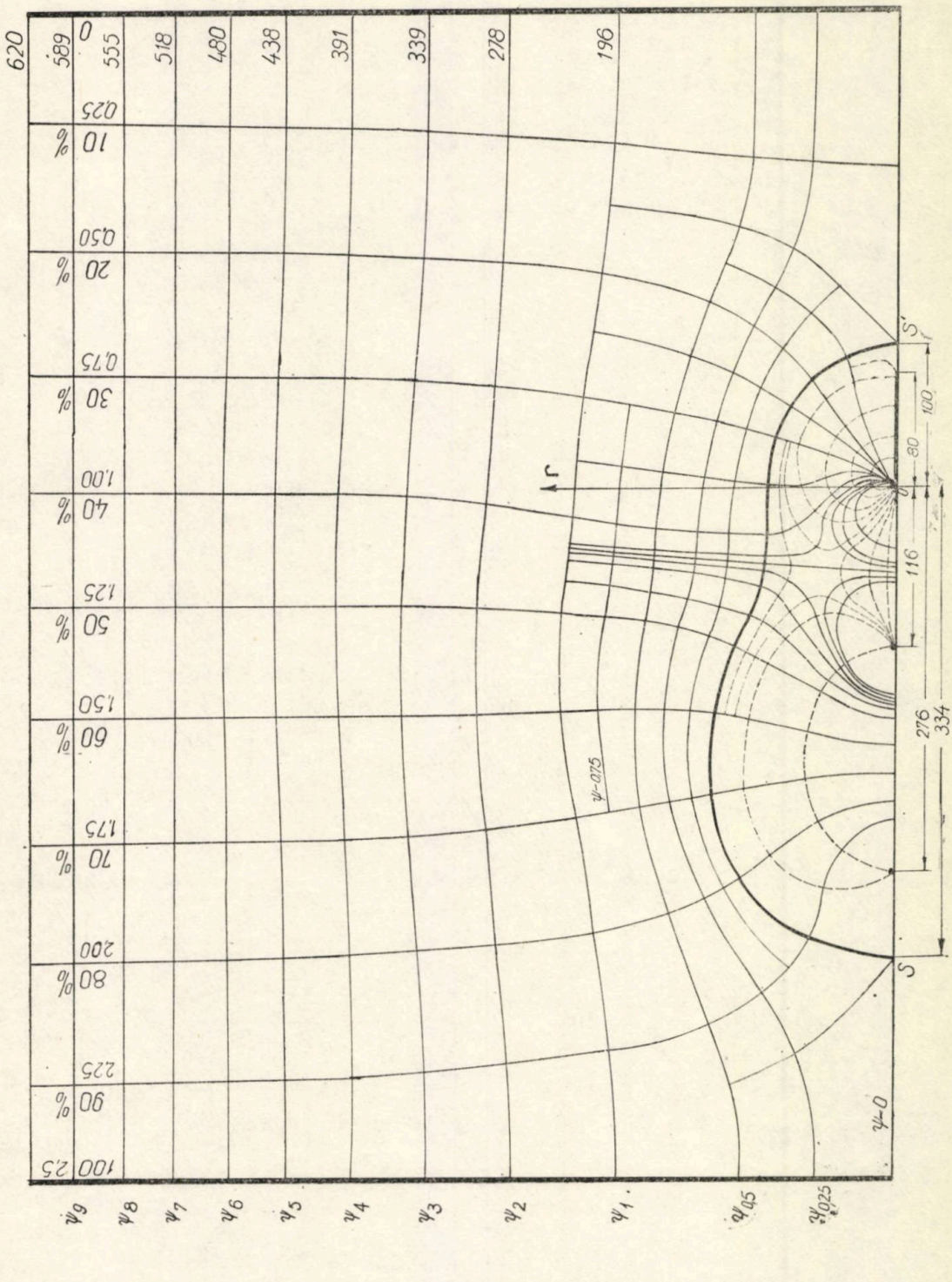
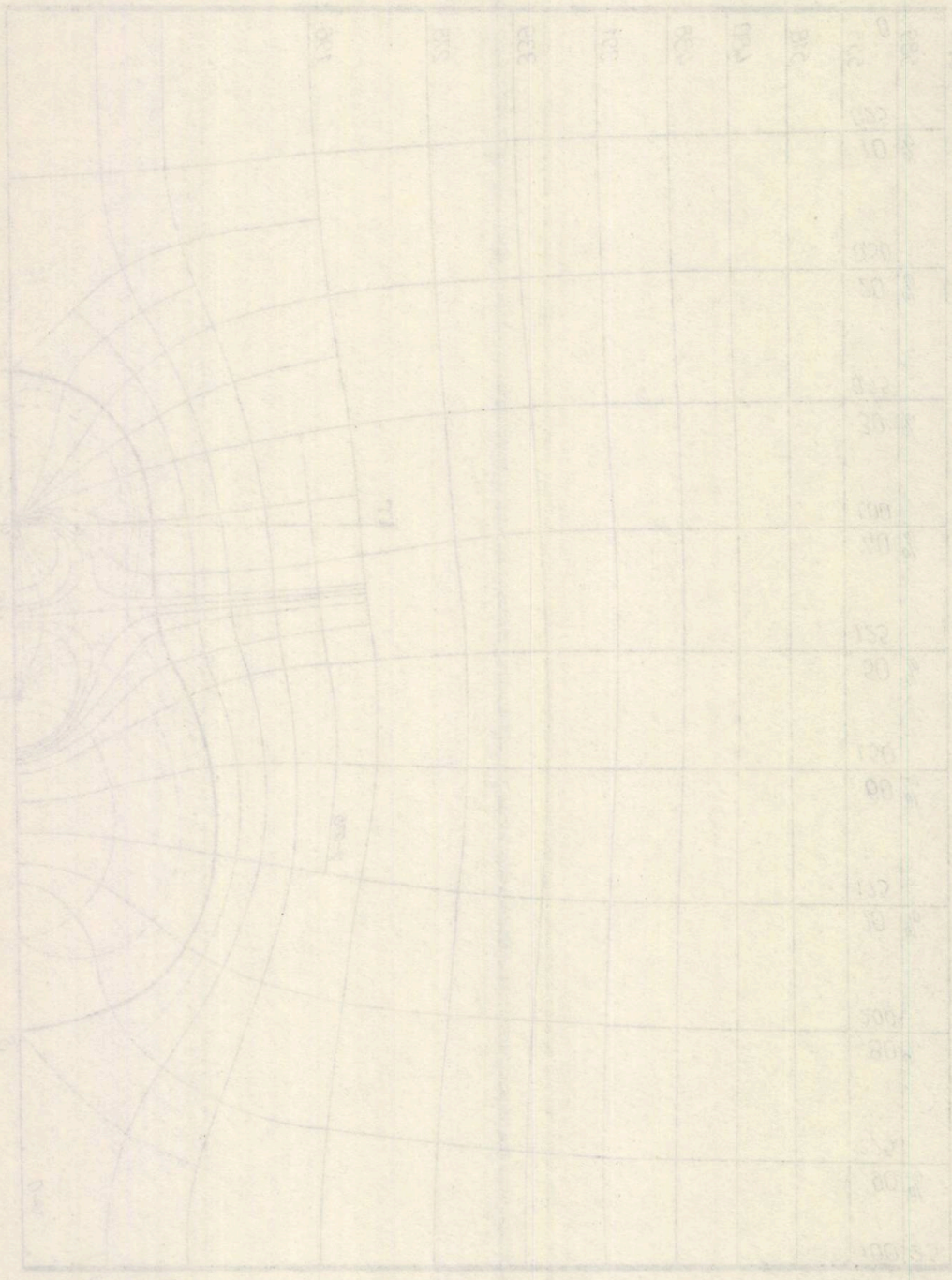

620
589
555
518
480
438
391
339
278
196
0
0,25
0,50
0,75
1,00
1,25
1,50
1,75
2,00
2,25
2,5
10 %
20 %
30 %
40 %
50 %
60 %
70 %
80 %
90 %
100 %
ψ9
ψ8
ψ7
ψ6
ψ5
ψ4
ψ3
ψ2
ψ1
ψ0,5
ψ0,25
ψ=0
ψ=0,75
J1
S
S'
80
100
116
276
334

Fig. 4



$$0 = j_{z_0} + \frac{I_{p_1}}{4\pi (z_s' + l_1)^2} + \frac{|I_{p_2}|}{4\pi (z_s' + l_2)^2} + \tag{14}$$
$$+ \frac{I_{p_3}}{4\pi z_s'^2} + \frac{|I_l|}{4\pi l}\left(\frac{1}{z_s'} - \frac{1}{z_s' - l}\right).$$

Relațiile (11), (13, (14) pot servi la verificări practice pe spectrul obținut pe model.

Identitatea formală a ecuațiilor (2) și (11), respectiv (3) și (9), arată o analogie electrică directă între cîmpul hidrodinamic și cîmpul din model caracteristic acestei mișcări axial simetrice.

Pentru asigurarea egalității valorice între termenii ecuațiilor adimensionale (2) și (11) trebuie îndeplinite următoarele condiții:

$$\beta^* = \beta, \quad \delta_1^* = \delta_1, \quad \delta_2^* = \delta_2, \quad \delta_4^* = \delta_4, \tag{15}$$

$$\mu_3^* = \mu_3, \quad \mu_3'^* = \mu_3', \quad \lambda^* = \lambda, \quad \rho^* = \rho. \tag{16}$$

Se introduce scara lungimilor ca raport al dimensiunilor liniare din modelul electric față de cele din modelul hidrodinamic

$$S_l = \frac{l^*}{l} = \frac{r_M^*}{r_M} = \frac{R^*}{R} = \ldots \tag{17}$$

și scara densității de curent, care exprimă corespondența valorică între componentele vitezei și densității de curent,

$$S_j = \frac{k_\varphi \rho j_{z_0}}{v_\infty}, \tag{18}$$

unde k_φ este factor introdus pentru satisfacerea dimensiunilor în relația de corespondență a mărimilor analoge

$$v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} = -k_\varphi \frac{\partial U}{\partial z} = k_\varphi \rho j_z, \tag{19}$$

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z} = -k_\varphi \frac{\partial U}{\partial r} = k_\varphi \rho j_r. \tag{20}$$

Mărimea adimensională β^* se poate scrie în consecință

$$\beta^* = \frac{2\pi (r_M^*)^2 j_{z_0}}{I_3} = \frac{2\pi (S_l)^2 v_\infty S_j}{k_\varphi I_{p_3} \rho} \frac{Q_3}{Q_3} = \beta \frac{S_l^2 S_j Q_3}{k_\varphi \rho I_{p_3}}$$

iar condiția $\beta^* = \beta$ implică $S_l^2 S_j Q_3 / k_\varphi \rho I_{p_3} = 1$, de unde

$$I_{p_3} = Q_3 \frac{S_l^2 S_j}{k_\varphi \rho} = Q_3 S. \tag{21}$$

Se poate ușor constata că relația este valabilă și pentru ceilalți curenți introduși prin singularități. Mărimea S este scara generală de electromodelare

$$S = \frac{S_l^2 S_j}{k_\varphi \rho}. \tag{22}$$

Cît privește relațiile (16), acestea nu sînt afectate de introducerea scării lungimilor.

4. Procedeul experimental. Pentru trasarea familiei de echipotențiale caracteristice cîmpului descris, se folosește o cuvă cu electrolit și schema de alimentare-măsurare din fig. 3. În afara electrozilor de capăt care modelează curentul hidrodinamic general de translație în sensul Oz, se amplasează pe axa de simetrie trei electrozi punctiformi și unul liniform cu polaritățile precizate mai sus. Distanțele dintre aceștia, lungimea sursei liniforme precum și valorile curenților introduși în model, determină configurația spectrului, respectiv forma carenei.

Liniile de curent se determină grafic, după trasarea familiei de echipotențiale, la raze determinate prin calcul în așa fel ca tuburile de curent să fie de debit egal.

În fig. 4 se reprezintă un spectru obținut în acest fel pentru următoarele date: electrolit $CuSO_4 . 5H_2O$ cu $\sigma = 1{,}85 . 10^{-4}$ 1/cm, dimensiuni 840/620 mm, unghi de înclinare 12°15′, parametri de alimentare $I_0 = 0{,}36$ mA, $I_{p_1} = I_{p_2} = I_{p_3} = I = 20$ mA, $U_0 = 2{,}5$ V, $f = 1{,}2$ kHz.

5. Concluzii. Aplicarea metodei experimentale descrise conduce la obținerea spectrelor caracteristice carenelor închise, în particular bulb, cu avantajul că linia carenei se obține ca o linie de cîmp, optim determinată pentru un sistem de singularități stabilit. Linia carcasei se poate alege din una din liniile de curent exterioare avînd în vedere debitul turbomașinii respective. Operînd modificări asupra parametrilor de alimentare și distanțelor dintre singularitățile din axa de simetrie, se pot obține pe același model un număr practic nelimitat de spectre și forme de carenă.

Primită la 10 februarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de mecanica fluidelor
și mașini hidropneumatice

BIBLIOGRAFIE

1. Karplus J. W., *Analog Simulation of Field Problems.* Mc. Graw-Hill Book Comp., Inc., N. Y., 1956.
2. Matei P., *Electromodelarea cîmpului hidrodinamic în planul meridian al turbomașinilor axiale.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXII (XXVI)**, *3—4*, s. IV (1976).
3. Matei P., *Un model electric pentru cîmpul hidrodinamic la turbomașinile diagonale.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. IV (1977).
4. Matei P., *Un model electric pentru cîmpul hidrodinamic normal pe planul paralel, cu aplicații la studiul turbomașinilor radiale.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIV (XXVIII)**, *1—2*, s. IV (1978).
6. Tașcă D., Burchiu V., *Carene închise ca forme hidrodinamice în studiul prin mișcări potențiale al turbinei-pompă bulb.* Hidrotehnica, *4* (1970).
7. Tașcă D., *Mișcări potențial axial simetrice în jurul carenelor deschise și aplicațiile lor la studiul turbomașinilor.* Teză de doctorat, Inst. polit. București, 1967.

MODÈLE ÉLECTRIQUE POUR LE CHAMP MÉRIDIEN PROPRE D'UNE CARENNE FERMÉE

(Résumé)

Le procédé présenté dans [2]...[4[, qui utilise pour l'électromodelage la superposition d'un champ électrique et celui de certaines sources, est utilisé ici pour l'étude des carennes fermées.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.6

DIMENSIONAREA OPTIMĂ A UNUI DECANTOR LAMELAR ÎNSCRIS ÎNTR-UN RECIPIENT CILINDRIC

DE

EMANOIL BÂRSAN şi CĂLIN IGNAT

1. Introducere. Un decantor lamelar este o instalaţie de separare a suspensiilor conţinute în apă. El este format dintr-un ansamblu de n plăci înclinate cu un unghi α faţă de orizontală, formînd $n + 1$ compartimente de sedimentare paralele (fig. 1).

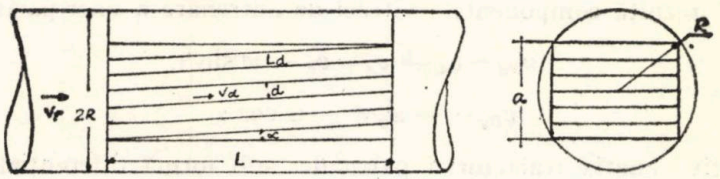


Fig. 1

În această instalaţie particulele cu viteza de sedimentare w mai mare decît o viteză de sedimentare critică w_c, se depun. Suspensiile reţinute lunecă pe planele înclinate formate de plăcile paralele ale instalaţiei, sînt colectate şi apoi evacuate. Avantajul important al instalaţiei de decantare lamelară este funcţionarea continuă, cu randament ridicat în comparaţie cu instalaţiile clasice de separare prin sedimentare [3].

Pentru analiză se fac următoarele ipoteze:

1. curgerea apei este laminară şi unidimensională;
2. în instalaţie nu are loc continuarea procesului de coagulare a particulelor;
3. viteza de sedimentare a particulelor nu se schimbă în timp şi în spaţiu;
4. acceleraţia iniţială a particulelor pînă la atingerea vitezei finale de sedimentare se neglijează;
5. efectul produs de modul de intrare în instalaţie asupra curgerii lichidului este neglijabil;
6. pentru viteza de antrenare a lichidului între plăcile instalaţiei se consideră valoarea medie v_d (fig 2).

Deplasarea unei particule P, antrenată de curentul de apă, se realizează prin acţiunea comună a vitezei axiale de antrenare şi a vitezei de sedimentare (fig. 2).

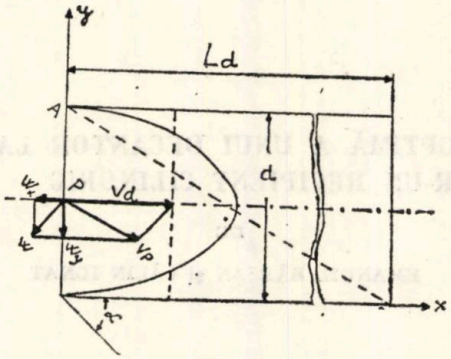


Fig. 2

În funcţie de mărimea componentelor acestor viteze după direcţiile unui sistem orientat de axe, se poate stabili ecuaţia traiectoriei particulelor. Adoptînd axa x paralelă cu direcţia de curgere şi axa y normală pe aceasta, din fig. 2 rezultă componentele vitezei de antrenare a unei particule:

$$v_{Px} = v_d - w_x = v_d - w \sin \alpha, \tag{1}$$

$$v_{Py} = - w_y = - w \cos \alpha \tag{2}$$

şi respectiv ecuaţia traiectoriei particulei sub formă diferenţială

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{w \cos \alpha}{v_d - w \sin \alpha}. \tag{3}$$

Integrînd obţinem

$$y(v_d - w \sin \alpha) = - xw \cos \alpha + C. \tag{4}$$

Punînd condiţiile la limită

$$x = L_d, \quad y = 0 \tag{5}$$

corespunzător reţinerii particulei la extremitatea lamelei, se obţine constanta de integrare

$$C = L_d w \cos \alpha,$$

cu care ecuaţia (4) ia forma

$$y(v_d + w \sin \alpha) + w(x - L_d) \cos \alpha = 0. \tag{6}$$

Deoarece valoarea critică a vitezei de sedimentare este determinată de traiectoria particulei care trece prin punctul A de coordonate $x = 0$, $y = d$, obţinem următoarea expresie pentru viteza critică de sedimentare:

$$w_c = \frac{v_d}{\sin \alpha + \frac{L_d}{d} \cos \alpha}. \tag{7}$$

Pentru decantorul lamelar parametrii de proiectare sînt : lumina dintre lamele d, lungimea lamelelor L_d, unghiul de înclinare α, viteza medie a fluidului între lamele v_d.

Unghiul optim se determină prin aplicarea condiției de minim expresiei vitezei de sedimentare (7), fiind

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg} \frac{d}{L_d}. \tag{8}$$

2. Decantor lamelar înscris într-un recipient cilindric (fig. 1). Relația (8) stabilește unghiul optim de înclinare a instalației de decantare dacă viteza medie a fluidului v_d în direcția plăcilor este cunoscută.

Cînd instalația de decantare lamelară este înscrisă într-un recipient cilindric, această viteză medie depinde de secțiunea înscrisă în cilindru, de unghiul de înclinare și lungimea plăcilor ce alcătuesc instalația.

O creștere a luminii pentru un unghi dat sau o creștere a unghiului pentru o lungime dată duc la descreșterea ariei de intrare a apei în decantorul lamelar. Ca urmare, pentru o viteză de intrare în recipient dată v_r, viteza în decantorul lamelar v_d va crește sau descrește pe măsura descreșterii sau creșterii ariei de intrare.

Să considerăm un decantor lamelar înscris într-un cilindru avînd secțiunea transversală dreptunghiulară cu latura mică a. Pe baza continuității între viteza apei în recipient v_r și viteza apei v_a în aria dreptunghiului înscris are loc relația

$$\frac{v_a}{v_r} = \frac{\pi R^2}{a(4R^2 - a^2)^{1/2}}. \tag{9}$$

Apoi, între viteza în aria dreptunghiului înscris v_a și viteza în aria de intrare în decantor v_b are loc relația

$$v_b = \frac{a}{a - L \operatorname{tg} \alpha} v_a. \tag{10}$$

În final, neglijînd grosimea plăcilor decantorului, viteza medie paralelă cu plăcile decantorului este dată de

$$v_d = \frac{v_b}{\cos \alpha}. \tag{11}$$

Combinînd relațiile (9), (10) și (11) se obține legătura între vitezele v_r și v_d :

$$v_d = \frac{\pi v_r}{\left[4 - \left(\frac{a}{R}\right)^2\right]^{1/2} \left(\frac{a}{R} - \frac{L}{R} \operatorname{tg} \alpha\right) \cos \alpha}. \tag{12}$$

Pentru stabilirea unei legături între viteza critică de sedimentare și parametrii instalației se folosesc relațiile (7) și (12).

Din (7) se obține următoarea expresie pentru L_d:

$$L_d = \frac{v_d}{w_c}\,\frac{d}{\cos\alpha} - d\,\mathrm{tg}\,\alpha. \tag{13}$$

Exprimînd în (13) pe L_d în funcție de L și pe v_d în funcție de v_r rezultă

$$\frac{L}{\cos\alpha} = \frac{\pi v_r d}{w_c\left[4-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right]^{1/2}\left(\frac{a}{R}-\frac{L}{R}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right)\cos^2\alpha} - d\,\mathrm{tg}\,\alpha. \tag{14}$$

Din relația (14) se obține expresia raportului

$$\frac{w_c}{v_r} = \frac{\pi d}{\left[4-\left(\frac{a}{R}\right)^2\right]^{1/2}\left(\frac{a}{R}-\frac{L}{r}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right)(L + a\sin\alpha)\cos\alpha}. \tag{15}$$

Introducînd variabilele adimensionale

$$\frac{a}{R} = \beta, \quad \frac{d}{R} = \delta, \quad \frac{L}{R} = \gamma$$

și notînd $w_c/v_r = \varepsilon$, relația (15) devine

$$\varepsilon = \frac{\pi\delta}{(4-\beta^2)^{1/2}(\beta-\gamma\,\mathrm{tg}\,\alpha)(\gamma\cos\alpha + \delta\sin\alpha\cos\alpha)}. \tag{16}$$

Pentru a realiza o proiectare optimă, adică a reține particulele cu viteza de sedimentare cea mai mică, urmează de minimizat ε în raport cu variabilele de care depinde.

Funcția ε își atinge minimele pozitive pe frontiera domeniului

$$\{5° \leqslant \alpha \leqslant 80°\} \times \{0{,}1 \leqslant \beta \leqslant 1{,}41\} \times \{0{,}2 \leqslant \gamma \leqslant 2\} \times \{\delta = 0{,}05,\ 0{,}10,\ 0{,}15,\ 0{,}2\},$$

respectiv pentru $\alpha = 5°$, $\beta = 1{,}41$, $\gamma = 2$, $\delta = 0{,}05$, valori care s-au determinat prin calculul secvențial al lui ε pentru $\alpha = 5° \ldots 80°$, $\beta = 0{,}2 \ldots 1{,}41$, $\gamma = 0{,}2 \ldots 2$ și $\delta = 0{,}05,\ 0{,}1,\ 0{,}15,\ 0{,}2$, pentru a pune în evidență modul de variație a funcției.

Programul automat întocmit permite extinderea domeniilor de definire a variabilelor α, β, γ și δ după necesități.

În tabelul 1 sînt prezentate doar valorile lui ε pentru $\beta = 1{,}41$ și $\gamma = 2$ în funcție de α și β Din acest tabel rezultă că instalația de decantare are un randament mai mare cu cît unghiul de înclinare α este mai mic și cu cît lumina între plăcile decantorului este mai redusă.

Examinînd pe listingul programului variația lui ε în funcție de β se constată că secțiunea pătrată a decantorului oferă cel mai ridicat randament. De asemenea se constată că lungimea L mai mare a decantorului oferă o eficacitate mai mare.

Tabelul 1

Valorile lui ε *pentru* $\beta = 1{,}41$, $\gamma = 2$

δ \ α°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
0,05	0,045	0,053	0,065	0,085	0,113	0,145	0,185
0,10	0,089	0,105	0,129	0,169	0,223	0,285	0,360
0,15	0,134	0,157	0,192	0,252	0,330	0,419	0,526
0,20	0,168	0,209	0,255	0,334	0,434	0,548	0,683

40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
0,235	0,305	0,388	0,522	0,696	1,065	1,523	2,596	9,27
0,452	0,576	0,732	0,955	1,269	1,830	2,560	4,340	15,45
0,654	0,821	1,04	1,320	1,740	2,385	3,310	5,60	19,95
0,843	1,043	1,316	1,630	2,155	2,802	3,870	6,55	23,30

Deoarece instalaţia de decantare trebuie să asigure şi îndepărtarea suspensiilor, unghiul α trebuie luat între 50° ... 55° [3].

3. Exemplu de calcul. Considerăm că trebuie decantat un debit de apă $Q = 3\,500$ m³/zi ; viteza de sedimentare corespunzătoare depunerii suspensiilor cu diametrul $\varnothing = 0{,}05$ mm este $w = 1{,}73$ mm/s ; unghiul de înclinare a plăcilor decantorului $\alpha = 55°$; $\delta = 0{,}05$; $\beta = 1{,}41$ şi $\gamma = 2$.

Din tabelul 1 rezultă pentru ε valoarea 0,522.

În continuare avem : $v_r = w_c/\varepsilon = 11{,}93$ m/h. Deoarece $Q = \pi R^2 v_r$, $R = 1{,}97 \simeq 2$ m ; $D = 4$ m ; $\delta = 0{,}05$ $R = 10$ cm ; $a = 1{,}41$ $R = 2{,}82$ m ; $L = 2R = 4$ m ; $L_a = 4/\cos 55° = 6{,}98$ m.

4. Concluzii. 1. Pentru dimensionarea optimă a unui decantor lamelar înscris într-un recipient cilindric se adoptă drept criteriu de optimizare realizarea unei viteze critice de sedimentare w_c cît mai mici, în funcţie de elementele geometrice ale instalaţiei şi viteza de intrare în recipient.

2. Instalaţia de decantare are un randament mai mare cu cît unghiul de înclinare a lamelelor α este mai mic şi cu cît lumina între plăcile decantorului este mai redusă.

3. Dintre toate secţiunile transversale dreptunghiulare posibile, secţiunea pătrată oferă randamentul cel mai ridicat al instalaţiei de decantare.

4. Deoarece îndepărtarea reţinerilor din instalaţia de decantare se realizează gravitaţional, unghiul de înclinare a plăcilor trebuie ales între 50° ... 55°, ceea ce îndepărtează funcţionarea de regimul de eficacitate maximă.

Primită la 5 februarie 1980

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de alimentări cu apă

BIBLIOGRAFIE

1. Chambon M., *Épuration physicochimique des eaux urbaines.* Techniques et Sciences Municipales, *9* (Avril 1978).
2. Chiriac V., *Contribuții la studiul decantoarelor etajate.* Studii de alimentări cu apă, Vol. **VII**, Buc., 1974.
3. Hedberg T., *Flocculation, Sedimentation and Filtration*. Göteborg, 1976.
4. Mateescu T., *Contribuții asupra eficienței decantoarelor de tip tubular.* Hidrotehnica, **24**, *6* (1979).
5. Verhoff F. H., *Optimal Design of High Rate Sedimentation Devices.* J. of the Environmental Engineering Division, **105**, *EE2* (April 1979).

OPTIMAL DESIGN OF THE LAMELLA SETTLER INSERTED INTO A CYLINDRICAL TANK

(Summary)

For the optimal design of the lamella settler inserted into a cylindrical tank, an optimization criterion is the carrying out of a critical sedimentation velocity as small as posible. By minimizing ε from (16), the relations that must exist between the geometrical elements and the entrance water velocity into a lamella settler, are found.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ, TEHNICĂ

D. K. 536.68 : 621.1.01

EINIGE BEMERKUNGEN ZUR AUSLEGUNG EXPERIMENTELLER ERGEBNISSE VON LABORTESTS AN WÄRMEROHREN

VON

RONALD PERETZ

Allgemein werden Labortests an Wärmerohren mit elektrischer Beheizung der Verdampferfläche durchgeführt, indem man als Wärmesenke einen Thermostat der einen unveränderlichen Durchfluß von Kühlmittel bei konstanter Temperatur liefert [1], [3], [5]. Die Kühlmitteltemperatur bleibt unverändert während einer Reihe von Versuchen und ist vom den Test durchführenden Wissenschaftler gewählt. Eine Versuchsreihe besteht in schrittweislicher Veränderung der dem WR durch den elektrischen Heizer zugeführten Wärmeleistung Q (Regelung mit Hilfe eines Einspulentransformators) und die Registrierung von Temperaturenwerten entlang des Wärmerohres, die dem zeitweilig fixierten Wert des Parameters Q entsprechen.

Sobald eine innere funktionale Grenze des Wärmerohres erreicht ist, entnimmt man, daß die den Arbeitsbedingungen entsprechende maximale Wärmeleistung für das getestete WR erreicht wurde ($Q = Q_{max}$). Ziel der Versuche ist den Einfluß einer großen Anzahl von Parametern (Ab-, dichtungs-, Reinigungs- und Füllungsverfahren, Rauigkeit der Innenfläche) Typ und Menge des Arbeitsmittels, Neigung im Gravitationsfeld, usw.) auf Q_{max} festzustellen [1]...[4]. Die meisten Wissenschaftler ziehen vor, die innere funktionale Grenze des Wärmerohres mit Hilfe der Gleichung (1) darzustellen:

$$Q_{max} = f(T_{m,AZ}) \quad [W], \tag{1}$$

weil $T_{m,AZ}$ (die mittlere Wandtemperatur in der adiabatischen Zone) ein dem WR eigener funktionaler Parameter ist, anscheinend von den Randbedingungen des Wärmerohres unabhängig. Solch eine Darstellung ist bequem, weil sie keinerlei Restriktionen auf die Randbedingungen des Wärmerohres ausübt und diese Randbedingungen eigentlich verschweigt. Man ist der Ansicht, daß sich in einem späteren reellen Fall, wenn $T_{m,AZ}$ in stationärem Zustand denselben Wert annimmt, das WR genauso wie im Experiment benimmt.

Wir wollen hier eine Deutung der Gleichung (1) die Versuchsergebnisse wiederspiegelt, geben und beweisen, daß sie anderen zwei Darstellungen äquivalent ist, und zwar:

(2) $$Q_{max} = f_1(T_{WS}) \quad [W],$$

(3) $$T_{m,AZ} = f_2(T_{WS}) \quad [°C].$$

Betrachten wir folgende Gleichung

(4) $$T_{m,AZ} = T_{WZ} + Q(R_{a,Kond} + R_{i,Kond} + R_{1/2\,AZ}) \quad [°C],$$

wobei

(5) $$R_{a,Kond} = f_3(T_{WS}, Q, G_K) \quad [W.grd^{-1}],$$

(6) $$R_{i,Kond} + R_{1/2\,AZ} = f_4(Q, T_{WS}, G_K, P_i) \quad [W.grd^{-1}].$$

Von nun an nehmen wir an, daß in allen durchgeführten Versuchen $G_K = G_{K_0}$, also braucht G_K in den Funktionen f_3 und f_4 nicht mehr zu erscheinen, Aus Gl. (4) erhält man

(7) $$T_{m,AZ} = T_{WS} + Q \Sigma R(T_{WS}, Q, P_i) \quad [°C].$$

Für ein gegebenes WR haben die Parameter P_i festgesetzte Werte:

(8) $$P_i = P_{i0}.$$

Somit erhält man aus Gl. (7)

(9) $$T_{m,AZ} = T_{WS} + Q \Sigma R(T_{WS}, Q) = f_5(T_{WS}, Q) \quad [°C].$$

Man gelangt auf Grund der Gl. (9) zur Schlußfolgerung, daß für ein gegebenes WR, $T_{m,AZ}$ eine Funktion von zwei unabhängigen Veränderlichen ist: T_{WS} und Q und man kann diese Funktion graphisch wie in Abb. 1 in Abhängigkeit von den beiden erwähnten, einzigen unabhängigen Veränderlichen darstellen.

Betrachten wir eine erste Versuchsreihe bei $T_{WS} = T_{WS1}$, die sich in der Abb. 1 durch eine Kurve in der Ebene $T_{WS} = T_{WS1}$ darstellen läßt. Der letzte Punkt auf der Kurve A entspricht $Q = Q_{max}(T_{WS1}, P_{i0})$. Diese Kurve projiziert sich unverändert auf die Ebene $(T_{m,AZ}, Q)$, auf die Ebene (T_{WS}, Q) als Gerade begrenzt in A_2 und auf die Ebene $(T_{WS}, T_{m,AZ})$ als Senkrechte in A_3 begrenzt.

Auf derselben Weise erhält man bei $T_{WS} = T_{WS2}$ den Punkt $B(Q = Q_{max}(T_{WS2}, P_{i0}))$ mit den Projektionspunkten B_1, B_2, B_3 und bei $T_{WS} = T_{WS3}$, den Punkt $C(Q = Q_{max}(T_{WS3}, P_{i0}))$ mit den Projektionspunkten C_1, C_2, C_3.

Durch Versuche bei zweiphasigen Wasser-Kupfer Thermosyphons im Temperaturenbereich 10°C ... 100°C wurde festgestellt, daß sich die Punkte A, B, C auf einer Geraden im Raum $T_{m,AZ}(T_{WS}, Q)$ befinden. Die Lage dieser Geraden im Raum ist von den Werten der Parameter P_i abhängig und ist bei $P_i = P_{i0}$ festgesetzt. Sie ist auch von G_K abhängig und ist bei $G_K = G_{K0}$ (wie angenommen) festgesetzt. Die Gerade Δ ist der geometrische Ort der Punkte im Raum (Werte von $T_{m,AZ}$) für welche $Q = Q_{max}$, *fur beliebige Werte von* T_{WS}. Die Projektion der Geraden Δ auf die Ebene $(T_{m,AZ}, Q)$ ist eine Gerade $\Delta_1(A_1 B_1 C_1)$ die der üblich verwendeten Gleichung (1) entspricht:

(1') $$Q_{max} = f(T_{m,AZ}) = \Delta_1 \quad \Leftrightarrow \quad T_{m,AZ} = f^{-1}(Q = Q_{max}).$$

Die Gl. (1) entspricht also der Projektion der Geraden Δ auf die Ebene $(T_{m,AZ}, Q)$. Die Projektion der Geraden Δ auf die Ebene (T_{WS}, Q) ist Δ_2 und die auf die Ebene $(T_{WS}, T_{m,AZ})$, Δ_3.

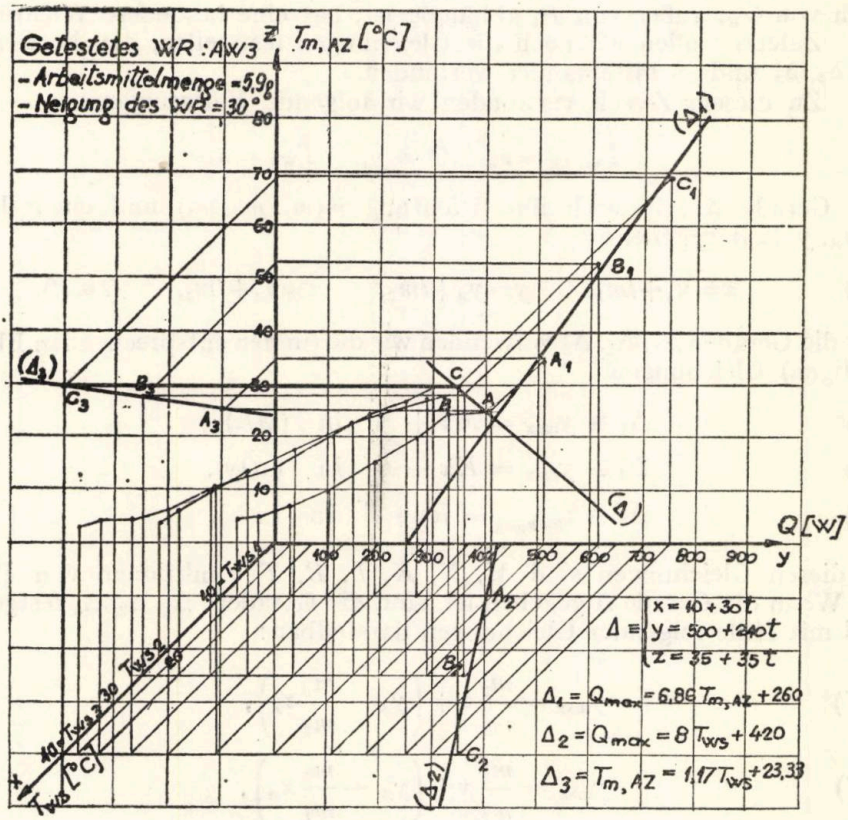


Abb. 1

Die Geraden Δ, Δ_1, Δ_2, Δ_3 sind, was die Deutung der Ergebnisse anbetrifft, äquivalent. Gl. (1') wird wie folgend verwendet: wenn in einem gegebenen WR, $T_{m,AZ}$ einen gewissen Wert, z.B. $T_{m,AZ} = T'_{m,AZ}$ annimmt, wird die funktionale Grenze auf der Geraden Δ_1 erreicht, wobei $Q = Q_{max}(T'_{m,AZ})$. Es ist mit Mitteln der Mathematik leicht beweisbar, daß dies mit folgenden Sätzen äquivalent ist:

a) Wenn $T_{WS} = T'_{WS}$, dann wird die funktionale Grenze auf der Geraden Δ_2 erreicht, wobei $Q = Q_{max}(T'_{WS})$, also Gl. (2), oder

b) Wenn $T_{WS} = T'_{WS}$, dann wird die funktionale Grenze auf der Geraden Δ_3 erreicht, wobei

$$T_{m,AZ} = T_{m,AZ}\,(T'_{WS})_{Q=Q_{max}},$$

also Gl. (3).

Mit anderen Worten, die Trennung der Ebene $(T_{m,AZ}, Q)$ in Zonen von Δ_1, ist der Trennung der Ebene (T_{WS}, Q) in Zonen von Δ_2 äquivalent, sowie auch der Trennung der Ebene $(T_{WS}, T_{m,AZ})$ in Zonen von Δ_3. Jede von den Gl. (1), (2), (3) kann verwendet werden, weil sie ja äquivalent sind. Die Bemerkung, daß Δ_1 (P_i, G_K) zwar von T_{WS} unabhängig (ihr Zustandekommen bedeutet die Eliminierung der Veränderlichen T_{WS}), aber auch von G_K, außer von P_i abhängig ist, hat eine besondere Wichtigkeit.

Zuletzt wollen wir noch die Gleichungen feststellen, die die Geraden Δ_1, Δ_2, Δ_3 und Δ miteinander verbinden.

Zu diesem Zweck verwenden wir folgende Notierungen:

$$T_{m,AZ} = z, \quad Q = y, \quad T_{WS} = x.$$

Die Gerade Δ sei durch ihre Richtung $\overline{m}(m_1, m_2, m_3)$ und einen Punkt $A(x_A, y_A, z_A)$ gegeben:

$$x = x_A + tm_1, \quad y = y_A + tm_2, \quad z = z_A + tm_3, \quad (t \in R). \tag{10}$$

Für die Geraden Δ_1, Δ_2, Δ_3 verwenden wir die (in den entsprechenden Ebenen gültigen) Gleichungen

$$\Delta_1 \equiv y_{max} = Mz + N \quad \text{in} \quad (yOz), \tag{11}$$

$$\Delta_2 \equiv y_{max} = Kx + L \quad \text{in} \quad (xOy), \tag{12}$$

$$\Delta_3 \equiv z_{y=y_{max}} = Rx + T \quad \text{in} \quad (xOz). \tag{13}$$

In diesen Gleichungen sind M, N, K, L, R, T Funktionen von P_i und G_K. Wenn die Gerade Δ gegeben ist, sind die Geraden Δ_1, Δ_2, Δ_3 festgesetzt und mit Hilfe folgender Gleichungen darstellbar:

$$y_{max} = \frac{m_2}{m_3} z + \left(y_A - \frac{m_2}{m_3} z_A \right), \tag{11'}$$

$$y_{max} = \frac{m_2}{m_1} x + \left(y_A - \frac{m_2}{m_1} x_A \right), \tag{12'}$$

$$z_{y=y_{max}} = \frac{m_3}{m_1} x + \left(z_A - \frac{m_3}{m_1} x_A \right). \tag{13'}$$

Indem man die Gl. (11) mit (11'), (12) mit (12'), (13) mit (13') identifiziert erhält man

$$M = \frac{m_2}{m_3}, \quad N = y_A - \frac{m_2}{m_3} z_A,$$

$$K = \frac{m_2}{m_1}, \quad L = y_A - \frac{m_2}{m_1} x_A, \tag{14}$$

$$R = \frac{m_3}{m_1}, \quad T = z_A - \frac{m_3}{m_1} x_A.$$

Wenn ein zweiter Punkt, B, der Geraden Δ bekannt ist, kann man für $\overline{m}$ folgende Gleichungen verwenden:

$$(15) \qquad \begin{aligned} m_1 &= x_B - x_A, \\ m_2 &= y_B - y_A, \\ m_3 &= z_B - z_A. \end{aligned}$$

Was die Auslegung von Versuchsergebnissen anbetrifft, ist die Verwendung der Geraden Δ_2 vorzuziehen, weil so die Genauigkeit größer ist und in vielen Fällen bei $Q \to Q_{max}$, $T_{m,AZ}$ quasistationäre Schwankungen vorweist. Wir erwähnen hier nochmals, daß die Veränderliche G_K nicht außer Acht gelassen werden darf.

Aus der Äquivalenz der Gleichungen (1), (2), (3) folgern wir, daß die Gerade Δ_1 zum Zweck der Auslegung von Versuchsergebnissen ausreichend ist, unter der Einschränkung, daß der Wert des Parameters G_K erwähnt wird, oder in M, N, K, L, R, T, miteinbezogen wird, um die Abhängigkeit dieser von P_i unverfälscht zu erhalten.

Notierungen

A, B, C	— Punkte im Raum xyz (T_{WS}, Q, $T_{m,AZ}$)
G_K [kg . s^{-1}]	— Durchfluß der Kühlflüssigkeit
K, L [W . grd^{-1}], [W]	— Koeffiziente der Geraden Δ_2
M, N [W . grd^{-1}], [W]	— Koeffiziente der Geraden Δ_1
O	— Koordinatennullpunkt
P_i	— dem WR eigene Parameter (Arbeitsmittelmenge, Neigungswinkel, usw.)
R, T [—], [°C]	— Koeffiziente der Geraden Δ_3
$R_{i,Kond}$ [W . grd^{-1}]	— innerer thermischer Widerstand des Kondensators
$R_{e,Kond}$ [W . grd^{-1}]	— äußerer thermischer Widerstand des Kondensators
$R_{1/2,AZ}$ [W . grd^{-1}]	— thermischer Widerstand der kondensatorwärts gerichteten Hälfte der adiabatischen Zone
$T_{m,AZ}$ [°C]	— mittlere Wandtemperatur entlang der adiabatischen Zone des Wärmerohres
T_{WS} [°C]	— Wärmesenketemperatur
Q [W]	— zwischen Wärmequelle u. Wärmesenke von WR übertragene Wärmeleistung
WR	— Wärmerohr
$f, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$	— Funktionen
m_1, m_2, m_3 [grd, W, grd]	— Leitparameter des Vektoren $\overline{m}$
t	— reelle Zahl, in der Darstellung der Geraden Δ
$\overline{m}$	— Leitvektor der Geraden Δ
$\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$	— die Gerade im Raum mit ihren Projektionen auf die von den Koordinatenachsen gebildeten Ebenen

Kennziffern

0	— hat einen fixierten Wert
A, B, C	— dem Punkt A, resp. B, resp. C entsprechend
max	— maximaler Wert
'	— hat einen fixierten Wert

Eingegangen am 4. Oktober, 1979

Technische Hochschule, Jassy,
Laboratorium für Wärmetechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Nguyen-Chi H., Groll M., Dang-Van Th., *Experimental Investigation of Closed Two-Phase Thermosyphons.* AIAA 14th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, U.S.A., June 4—6, 1979.
2. Nguyen-Chi H., Groll M., *The Boiling Limit of Gravity-Assisted Copper-Water HP with Screen Wick Structure and Liquid Overfill.* AIAA 14th Thermophysics Conference, Orlando, Florida, U.S.A., June 4—6, 1979.
3. Nguyen-Chi H., Abhat A., *Performance Evaluation of Gravity-Assisted Copper-Water HP with Liquid Overfill.* 3rd I.H.P.C., Palo Alto, California, 1978.
4. Busse C. A., Kemme J. E., *The Dry-Out Limits of Gravity-Assisted HP with Capillary Flow.* 3rd I.H.P.C., Palo Alto, California, 1978
5. Tien C. L., Chung K. S., *Entrainment Limits in HP.* 3rd I.H.P.C., Palo Alto, California, 1978.
6. Peretz R., *Temperatura peretelui în zona adiabatică, criteriu funcţional-constructiv al tubului termic.* În „Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", partea I-a, secţia Termotehnică şi instalaţii, Inst. polit. Iaşi, 2 — 23 decembrie 1978.

UNELE OBSERVAŢII ÎN LEGĂTURĂ CU INTERPRETAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE OBŢINUTE LA TESTAREA TUBURILOR TERMICE

(Rezumat)

Se analizează relaţia empirică de legătură între limita funcţională a tubului termic şi temperatura medie a peretelui în lungul zonei adiabatice, metodă curent folosită de cercetători. Se arată că există anumite condiţii restrictive în folosirea ei şi se stabileşte echivalenţa cu alte relaţii empirice de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 66.046 : 536.24

MODELAREA REACTORULUI DE REFORMARE PRIMARĂ A METANULUI

II. DETERMINAREA COEFICIENTULUI DE TRANSFER DE CĂLDURĂ K_T

DE

ILIE SIMINICEANU şi C. CALISTRU

1. Introducere. Procesul industrial de reformeare catalitică a metanului cu vapori de apă este un ansamblu complex de procese componente de transformare şi transfer de masă şi căldură. În prima parte a lucrării [8] s-au analizat ecuaţiile cinetice ale acestor procese componente precum şi posibilităţile lor de aplicare la proiectarea reactorului industrial. S-a stabilit de asemenea, pe baza metodei comportării bilanţurilor teoretice cu cele reale [1], [9], că procesul se desfăşoară după un model macrocinetic combinat : transfer de căldură de la peretele reactorului la stratul de catalizator ($T_{CG} - T_{CC}$). Ecuaţia cinetică a acestui proces de transfer include coeficientul global de transfer de căldură K_T. Analizînd modul în care ecuaţiile din literatură exprimă dependenţa lui K_T de principalii factori: d/D, L/D, $\mathcal{Re}$ şi proprietăţile stratului, s-a ajuns la concluzia că sînt necesare determinări experimentale directe ale acestui coeficient utilizînd un model fizic al reactorului industrial.

În această lucrare se prezintă metoda de determinare şi rezultatele obţinute care, final, sînt corelate sub forma unei noi ecuaţii criteriale pentru calculul coeficientului global de transfer de căldură K_T. Cu ajutorul acestei relaţii se poate concretiza modelul matematic al reactorului de reformare primară a metanului.

2. Mărimi măsurate direct. Ecuaţia modelului macrocinetic combinat ($T_{CG} - T_{CC}$) care defineşte coeficientul global de transfer (K_T) are forma [8]

$$\frac{dH}{\tau dS} = K_T(T_p - T). \tag{1}$$

Integrînd ecuaţia (1) pentru un strat cilindric cu diametrul D şi lungimea L se obţine

$$\frac{DW}{4}\int_{T_0}^{T} C_p dT = \int_0^L K_T(T_p - T)\, dz. \tag{2}$$

Considerînd o valoare medie a căldurii specifice a fazei gazoase în intervalul $T_0 - T$ şi coeficientul K_T constant pe lungimea L a stratului de catalizator se obţine

$$K_T = \frac{DW\overline{C}_p (T_p - T_0)}{4L(T_p - T)_{med}}. \tag{3}$$

Diferenţa medie de temperatură $(T_p - T)_{med}$, se poate determina cu relaţia

$$(T_p - T)_{med} = \frac{(T_{p_0} - T_0) - (T_p - T)}{\ln \frac{T_{p_0} - T_0}{T_p - T}}. \tag{4}$$

Dacă temperatura peretelui este constantă pe toată lungimea L şi $T_{p_0} = T$, ecuaţia (3) devine

$$K_T = \frac{DW\overline{C}_p}{4L} \ln \frac{T_p - T_0}{T_p - T}. \tag{5}$$

Ecuaţia (3) permite determinarea coeficientului global K_T din date experimentale şi evidenţiază mărimile care trebuie măsurate direct: viteza masică a fluidului W (sau debitul V_T), temperaturile T_0, T şi T_p precum şi dimensiunile stratului D şi L. Dacă temperatura peretelui este constantă se aplică relaţia (5) şi deci sînt necesare trei temperaturi: temperatura fazei gazoase la intrarea în strat (T_0), temperatura gazului la ieşirea din stratul de catalizator (T) şi temperatura peretelui într-un punct oarecare de pe lungimea sa (T_p).

3. Instalaţia experimentală. Schema instalaţiei experimentale este prezentată în fig. 1. Debitul de gaz (aer) este măsurat cu rotametrul *2* după ce străbate filtrul *1*, apoi se preîncălzeşte în recuperatorul *3* prin schimb

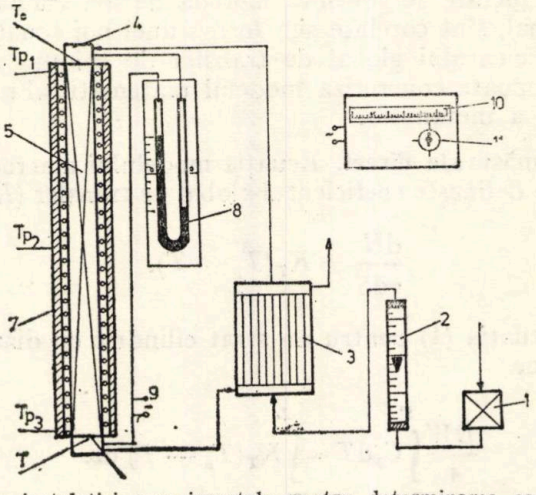


Fig. 1 — Schema instalaţiei experimentale pentru determinarea coeficientului K_T.

indirect cu gazele fierbinți care părăsesc instalația. Tubul *4*, confecționat din oțel inoxidabil, are diametrul interior $D = 0{,}102$ m identic cu diametrul tubului industrial, iar lungimea $L = 1{,}2$ m asigură îndeplinirea condiției $L \geqslant 10\,D$, deci stabilizarea regimului termic [3], [5], [6]. Tubul este încălzit electric și izolat termic în exterior [7]. Stratul de umplutură *5* este format din particule de catalizator industrial de reformare primară sub formă de cilindri goi în interior, cu dimensiunile $d_e = h = 16 \cdot 10^{-3}$ m iar $d_i = 8 \cdot 10^{-3}$ m. Caracteristicile geometrice ale particulelor și stratului sînt prezentate în tabelul 1. Stratul de catalizator este susținut de grătarul *6*

Tabelul 1

Caracteristici geometrice ale particulelor și stratului de catalizator pentru reformare

	Denumirea mărimii	Simbol	Relația de definiție	Valoare numerică
Caracteristici ale particulelor	diametrul nominal	d	se măsoară direct	0,016 [m]
	diametrul mediu de volum	d_v	$d_v = 6\left(\frac{V_p}{\pi}\right)^{1/3}$	0,01664 [m]
	diametrul mediu de suprafață	d_s	$d_s = \left(\frac{S_p}{\pi}\right)^{1/2}$	0,0219 [m]
	diametrul echivalent	d_p	$d_p = \frac{6V_p}{S_p}$	0,0096 [m]
	factorul de formă	ψ	$\psi = 4{,}82\frac{V_p^{2/3}}{S_p}$	0,57747
Caracteristici ale stratului	diametrul echivalent al golurilor	d_e	$d_e = \frac{2\varepsilon}{3(1-\varepsilon)}d_p$	0,0096 [m]
	porozitatea stratului	ε	$\varepsilon = \frac{V_u - V_s}{V_u}$	0,0015
	suprafața specifică a particulelor	s_p	$s_p = \frac{S_p}{V_p} = \frac{6}{d_p}$	0,62 [m²/m³]
	suprafața specifică a umpluturii	s_u	$s_u = \frac{S_u}{V_u} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p}$	0,25 [m²/m³]

iar căderea de presiune în strat se măsoară cu manometrul cu apă *8*. Temperatura fazei gazoaze se măsoară cu termocuplurile T_0 și T la intrarea și respectiv ieșirea din strat. Senzorul termocuplului T_0 este plasat la 5 mm deasupra stratului iar capătul termocuplului T este la 5 mm sub grătar. Temperatura peretelui se măsoară la trei nivele diferite ale tubului (T_{p1}, T_{p2}, T_{p3}) pentru a verifica dacă aceasta se menține constantă pe toată lungimea. Termocuplurile $T_{p1} \ldots T_{p3}$ sînt încastrate în peretele tubului astfel încît sudura caldă să fie la 2 mm de suprafața interioară a acestuia. Termocuplurile care măsoară temperatura gazului se montează înclinat

pentru a fi scăldate de gaz pe o porțiune cît mai mare. Toate termocuplurile utilizate sînt de tip Cromel-Alumel, cu diametrul termoelectrozilor de 3 mm. Din fig. 2 se remarcă faptul că acest tip de termocupluri prezintă o precizie ridicată (dezvoltă o tensiune electromotoare mare) și au un domeniu larg de utilizare [11].

Conectarea termocuplurilor prin conductoarele de legătură la milivoltmetrul pirometric *10* s-a făcut cu un montaj de compensare. Comutatorul rotativ *11* permite conectarea succesivă a celor cinci termocupluri la aparatul de măsură (milivoltmetrul). După un timp de stabilizare se citește fiecare temperatură menținînd debitul de gaz constant. Determinările se repetă pentru diferite debite.

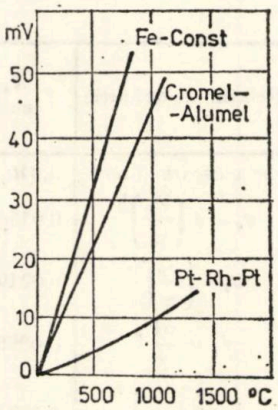


Fig. 2 — Variația t.e.m. cu temperatura la principalele tipuri de termocupluri.

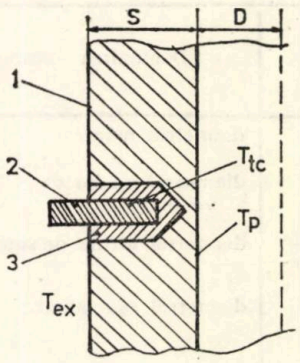


Fig. 3 — Fixarea termocuplurilor în peretele tubului.

4. Estimarea erorilor de măsurare a temperaturii. Metoda de determinare a coeficientului de transfer de căldură K_T folosită în această lucrare, necesită măsurarea precisă a temperaturii unui gaz în curgere (T_0, T) precum și temperatura suprafeței unui solid masiv ($T_{p1} - T_{p2}$). Pentru a nu modifica structura suprafeței interioare a peretelui tubului, termocuplurile nu s-au lipit prin interior ci s-au fixat prin încastrare conform schemei din fig. 3. Orificiul practicat în tub are un diametru mai mare decît al termocuplului, de aceea este necesar un adeziv cu conductivitate ridicată care favorizează transferul de căldură de la perete la termocuplu. Totuși apare o diferența de temperatură între perete și termocuplu care se poate estima, dintr-un bilanț termic, cu relația [4]

$$(6) \qquad \frac{T_{tc} - T_p}{T_{ex} - T_p} = \frac{1}{l \cosh(\lambda R_1)^{-1/2}} \left[\frac{1}{1 + \sqrt{R_2/R_1} \tanh (\lambda R_2)^{-1/1} l} \right],$$

unde

$$(7) \qquad R_1 = \frac{\ln (r_2/r_1)}{2\pi\lambda_i} + \frac{\ln (r_3/r_2)}{2\pi\lambda_a},$$

cu l — lungimea de fixare a termocuplului, λ — conductivitatea termocuplului, r_1, r_2 — razele termocuplului și izolațiile sale, r_3 — raza exterioară a adezivului, λ_i — conductivitatea izolației, λ_a — conductivitatea adezivului, R_1 — rezistența termică de la perete la termocuplu definită prin relația (7).

Eroarea scade atunci cînd lungimea de fixare l precum și λ, λ_i, λ_a sînt mai mari. Erorile estimate cu relația (6) nu au depășit 1°K.

La măsurarea temperaturii fluidului pot apare însă erori mai mari deoarece transferul de la gaz la termocuplu se face prin convecție. În special la măsurarea temperaturii finale T, scade coeficientul de transfer gaz—termocuplu deoarece la ieșirea din strat gazul se destinde. De asemenea, contactul dintre termocuplu și peretele tubului (mai cald) este o sursă de erori. Pentru viteze moderate ale fluxului (numere Mach mici) eroarea de măsurare se poate evalua în acest caz cu relația [4]

$$\frac{T_{tc} - T}{T_p - T} = \frac{1}{l \cosh (\pi r)^{-1/2}}. \tag{8}$$

Eroarea scade făcînd termenul $1/\sqrt{\lambda r}$ cît mai mare.

Lungimea de inversare a termocuplului în fluid a fost mărită prin montarea înclinată a acestora (fig. 4).

5. Rezultatele obținute. Mărimile măsurate direct (K_T, T_p, T_0 și T) precum și cele calculate sînt prezentate în tabelul 2.

Pentru interpretarea datelor se propune o relație generală de forma

$$\mathcal{N}u_D = C(\mathcal{R}e_d)^m \left(\frac{d}{D}\right)^n \left(\frac{L}{D}\right)^p. \tag{9}$$

La o geometrie a stratului dată ($d = 16 \cdot 10^{-3}$ m, $D = 0{,}102$ m, $L = 1{,}2$ m) rapoartele L/D și d/D intră în constanta C iar relația (9) devine

$$\mathcal{N}u_D = C' (\mathcal{R}e_d)^m. \tag{9'}$$

Reprezentarea datelor experimentale în coordonate logaritmice (fig. 5) permite determinarea constantelor C' și în relația (9'). Punctele se

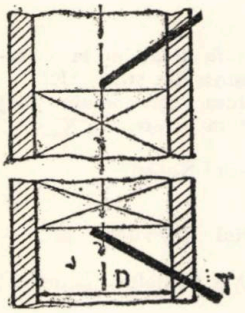


Fig. 4 — Poziția termocuplurilor de măsurare a temperaturii fluidului.

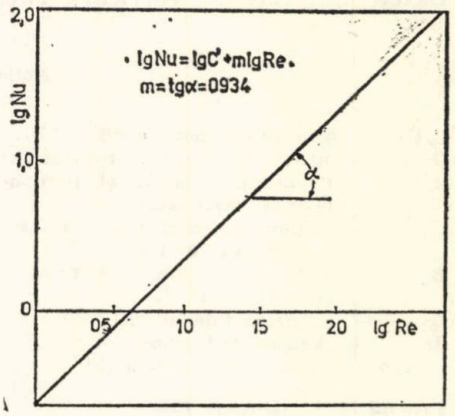


Fig. 5 — Reprezentarea datelor experimentale și determinarea constantelor.

Tabelul 2

Date experimentale

V_T M³N/h	W kg/m².s	Red.	T_p °K	T °K	T_0 °K	K_T W/m² . grd	$\mathcal{N}u_D$
2	87,79	48,038	773	705	303	4,400	10,34
4	175,70	96,140	758	682	305	8,218	19,309
6	263,60	144,240	775	691	305	11,839	27,818
8	351,60	193,340	776	693	306	15,339	36,040
10	439,40	240,430	783	690	308	18,751	44,059
12	527,40	288,590	763	673	310	22,100	52,930
14	615,30	336,690	778	688	311	26,710	62,750
16	703,20	384,780	763	668	313	28,630	67,270
18	791,10	432,880	775	675	318	31,830	74,790
20	879,11	481,040	765	675	333	36,824	86,520

plasează pe o dreaptă cu panta $m = 0{,}934$ iar ordonata la origine $\lg C' = -0{,}6$. În aceste condiții ecuația (9′) se concretizează sub forma

$$\mathcal{N}u_D = 0{,}102\,(\mathcal{R}e_d)^{0.934}. \tag{10}$$

Exponentul criteriului Reynolds rezultat prin determinări proprii are o valoare apropiată de cele raportate în literatură: 0,9 [7], 1,13 [2], 1,0 [3], 1,21 [6]. Constanta C' include și proprietățile specifice stratului de catalizator de reformare, de aceea relația (10) poate fi folosită la proiectarea reactorului industrial de conversie a metanului la care $d = 16.10^{-3}$ m iar $D = 0{,}102$ m.

6. Concluzii. Se prezintă metoda și tehnica experimentată de determinare a coeficientului global de transfer de căldură utilizînd un model fizic al unui reactor tubular de reformare. Se studiază variația coeficientului K_T cu criteriul Reynolds la rapoarte geometrice d/D și L/D constante. Datele obținute se corelează sub forma ecuației (10).

Notații și indici

C, C' — constante în ecuțiile (9) și (9′)
D — diametrul interior al tubului [m]
d — diametrul nominal al particulelor de catalizator [m]
C_p — căldura specifică medie a fazei gazoase [kJ/kg °K]
K_T — coeficientul global de transfer termic [W/m² °K]
L — lungimea tubului [m]
dz — element de lungime [m]
m, n, p — exponenți în ecuația (9)
T_0, T — temperatura fluidului la intrarea și ieșirea din strat [°K]
T_{tc} — temperatura termocuplului [°K]
T_p — temperatura peretelui [°K]
$\mathcal{N}u_D = \dfrac{K_T D}{\lambda}$ — criteriul Nusselt
$\mathcal{R}e_d = \dfrac{W d}{\mu}$ — criteriul Reynolds
W — viteza masică a fluidului [kg/m² . s]

Primită la 11 ianuarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia substanțelor organice și a materialelor de construcții

BIBLIOGRAFIE

1. Calistru C., Siminiceanu I., Hagiu C., Petrilă C., Rev. Chim., **24** *11*, 880 (1973).
2. Chu Y. C., Sterrow J. A., Chem. Eng. Sci., **1**, 230 (1952).
3. De Was A. P., Froment G. F., Chem. Eng. Sci., **27**, *3*, 567 (1972).
4. Eckert E. R. G., Goldstein R. J., *Measurement Techniques in Heat Transfer.* Tech. Serv. Slough., England, 1970.
5. Gelperin I. I., Kogan A. M., Kim. Prom., **39**, 132 (1963).
6. Gelperin I. I., Kogan A. M., Internat. Chem. Eng., **6**, *1*, 99 (1966).
7. Leva M., Ind. Eng. Chem., **39**, 957 (1947).
8. Siminiceanu I., Calistru C., *Modelarea reactorului de reformare primară a metanului* (I). Mem. secţ. şt. Acad. RSR, **III** (1980).
9. Siminiceanu I., Calistru C., Petrilă C., Rev. Chim., **30**, *8*, 759 (1978).
10. Siminiceanu I., Calistru C., Pop Al., Hung. J. of Ind. Chemistry, **7**, *3*, 279 (1979).
11. Vezeanu P., Pătraşcu Şt., *Măsurarea temperaturii în tehnică.* Ed. tehn., Buc., 1968.

MODELING OF THE METHANE-STEAM PRIMARY REFORMER

II. The Determination of the Overall Heat Transfer Coefficient

(Summary)

A method and an experimental technique for the overall heat transfer coefficient determination, using a physical model of an industrial reforming tube, are presented in this paper. The influence on the overall heat transfer coefficient of the superficial mass flow rate, at given ratios d/D and L/D, is investigated. The data are correlated by the equation $\mathcal{N}u_D = 0{,}102\ (\mathcal{R}e_d)^{0.934}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 621.677

L'OPTIMISATION FONCTIONELLE D'UNE POMPE DE CHALEUR À ABSORPTION (À Br-Li) À CYCLE ET À CIRCULATION DIRECTS

NOMOGRAMMES POUR LA DÉTERMINATION DES TEMPÉRATURES DES AGENTS DE L'INSTALLATION

PAR

DAN SILVESTRU et DAVID PERETZ

Le schéma fonctionnel d'une pompe de chaleur à absorption est présenté par la fig. 1.

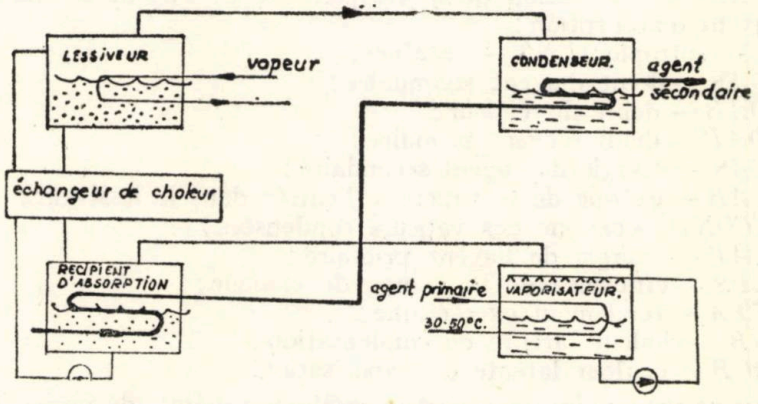


Fig. 1

On va utiliser les notations suivantes :

agent primaire — l'agent à un bas potentiel de température ;

agent secondaire — l'agent qui se chauffe ;

agent à chaleur noble — l'agent à un potentiel élevé de temperature ;

TA — température de l'agent secondaire avant le préchauffage ;

TI — température de l'agent secondaire à l'entrée du récipient d'absorption ;

TAS — température de l'agent secondaire après le condenseur ;

TB — température de l'agent après le chauffage supplémentaire ;

TM — température dans le vaporisateur ;

TMM — température dans le condenseur ;

TAPI — température d'entrée de l'agent primaire ;

TAPE — température de sortie de l'agent primaire ;

XMB — concentration de la solution diluée ;

XMMB — concentration de la solution concentrée ;
QOB — chaleur cédée dans le vaporisateur de l'agent primaire ;
QCB — chaleur reçue par l'agent secondaire dans le condenseur ;
QAB — chaleur reçue par l'agent secondaire dans le récipient d'absorption ;
QPR — chaleur utilisée pour le préchauffage de l'agent secondaire ;
QO — chaleur résiduaire utilisée entièrement ;
QSP — chaleur noble utilisée pour chauffage supplémentaire ;
QKB — chaleur noble utilisée dans le lessiveur ;
QK — chaleur noble entièrement utilisée ;
TASA — température de l'agent secondaire à la sortie du récipient d'absorption ;
TAM — température moyenne du processus d'absorption ;
T1B — température au commencement du processus d'absorption ;
T2B — température à la fin du processus d'absorption ;
T4B — température au commencement du processus de bouillage ;
T5B — température à la fin du processus de bouillage ;
TAB — température de la vapeur utilisée dans le lessiveur ;
DELTA — élévation de la température de l'agent secondaire dans le récipient d'absorption ;
S — entropie ; *ENT* — entalpie ;
DAS — débit d'agent secondaire ;
DAB — débit de vapeur ;
DAP — débit d'agent primaire ;
EAS — exergie de l'agent secondaire ;
EAB — exergie de la vapeur à l'entrée dans le lessiveur ;
ECOND — exergie des vapeurs condensées ;
EAP — exergie de l'agent primaire ;
EPS — efficience de la pompe de chaleur ;
ETA — rendement exergétique ;
RB — chaleur latente de condensation ;
ROB — chaleur latente de vaporisation.

Ayant pour point de départ la méthode générale de projection d'une pompe de chaleur [1], on est arrivé à élaborer une méthode d'optimisation fonctionnelle pour celle-ci. Le grand volume de calcul a exigé l'emploi de la programation sur le calculateur.

Les difficultés rencontrées se rapportaient à la découverte des relations empiriques pour l'aproximation des lignes de température constante de la solution sur le diagrame d'équilibre, la chaleur latente de condensation et de vaporisation, l'entalpie de l'eau et de la vapeur. Les relations découvertes pour la température de la solution dépendent de la concentration de la solution et de la température de saturation de l'eau sous la pression de l'appareil respectif. La fig. 2 présente le mode de détermination des températures de la solution, lorsqu-on connaît la concentration de la solution et la température des vapeurs saturées à la température de l'appareil respectif.

En tenant compte de la méthode de projection [1] il faudra premièrement déterminer les concentrations limites (maxima, minima) quand on

connaît la température de la solution et la température de saturation de l'eau qui corespond à la pression du récipient d'absorption (égale a la température du vaporisateur — TM).

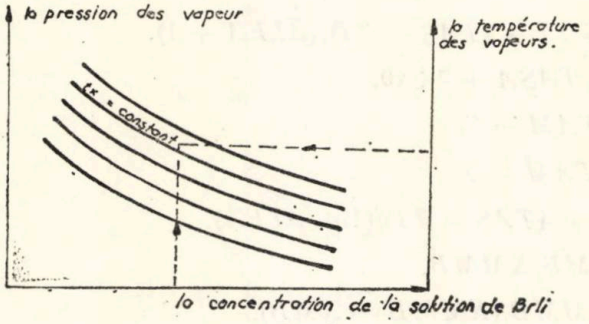


Fig. 2

Pour déterminer ces concentrations on emploie les relations empiriques suivantes :

(1) $$XMB = 0{,}5641 \times T2B - 0{,}67694 \times TM + 40{,}335,$$

(2) $$XMMB = 0{,}5641 \times T1B - 0{,}67694 \times TM + 40{,}817.$$

Connaissant les concentrations et la température de condensation TMM, on peut déterminer les températures au commencement et à la fin du procèssus de bouillage à l'aide des relations empiriques

(3) $$T4B = 1{,}1 \times TMM + 2{,}7 \times XMB - 120{,}75,$$

(4) $$T5B = 1{,}1 \times TMM + 2{,}7 \times XMMB - 120{,}75.$$

Pour le calcul de la chaleur latente de condensation (vaporisation) on a utilisé la relation

(5) $$R = 597{,}3 - 0{,}58 \times T,$$

avec T—la température de condensation (vaporisation) de l'eau.

Pour l'accomplissement du bilan exergétique il a fallu déterminer l'entalpie de l'eau et l'entropie de la vapeur en fonction de la température :

(6) $$STB = TB/(273 + TB) + 0{,}0007 \times TB - 0{,}02369, \quad TB = 50 + 80°C;$$

(7) $$STA = 0{,}00364 \times TA, \qquad TA = 5 + 20°C,$$

(8) $$ENTAB = 639{,}1 + A \times 1{,}9 - A \times (A - 1) \times 0{,}025,$$

(9) $$A = 0{,}2 \times (TAB - 100), \qquad TAB = 100 + 200°C,$$

(10) $$STAB = ENTAB/(273 + TAB) + 0{,}0432 + 0{,}0008 \times (TAB - 100).$$

Les relations empiriques utilisées pour la vapeur restent valables à la température comprise entre 100 ... 200°C.

La chaleur spécifique de la solution a été exprimée aussi é à l'aide des relations empiriques :

(11) $$XB = 0{,}91 - 0{,}00766 \times XMMB,$$

(12) $$YB = 0{,}91 - 0{,}00766 \times XMB.$$

À l'aide de ces relations on a effectué le bilan énergétique et exergétique sur des appareils :

(13) $ALFA = 0{,}8 - 0{,}0025 \times (TAS - 50) + 0{,}005 \times (TM - 5)$,

(14) $TASA = TI + (TAS - TI)/(ALFA + 1)$,

(15) $TAM = TASA + 7 \div 10$,

(16) $T1B = TAM + 5$,

(17) $T2B = TAM - 5$,

(18) $DELTA = (TAS - TI)/(1 + ALFA)$,

(19) $ZB = XMB/XMMB$,

(20) $VB = XMMB/(XMMB - XMB)$,

(21) $QCB = 0{,}45 \times (T4B - TMM) + RB$,

(22) $QOB = ROB - (TMM - TM - 5)$,

(23) $QA1B = (1 - VB) \times XB \times (T1B - T2B - 5)$,

(24) $QA2B = (VB - 0{,}5) \times (0{,}91 - 0{,}00383 \times (XMMB + XMB))/(T1B - T2B)$,

(25) $QA3B = RB + 0{,}02 \times (XMMB + XMB)^2 - 1{,}625 \times (XMMB + XMB) + 0{,}5 \times (T1B - T2B) - TM$,

(26) $QA4B = 5 \times VB \times YB$,

(27) $QAB = QA1B + QA2B + QA3B + QA4B$,

(28) $QK1B = VB \times YB \times (T4B - T2B + 5 - ZB \times XB) \times (T5B - T2B - 5)/YB)$,

(29) $QK2B = VB \times (0{,}91 - 0{,}00383 \times (XMMB + XMB)) \times (T5B - T4B)$,

(30) $QK3B = 0{,}02 \times (XMMB + XMB)^2 - 1{,}67 \times (XMMB + XMB) + RB + 0{,}45 \times (T4B - TMM) - 0{,}5 \times (T4B + T5B) + TM$,

(31) $QKB = QK1B + QK2B + QK3B$,

(32) $DAS = QAB/DELTA$,

(33) $QPR = DAS \times (TI - TA)$,

(34) $QSP = DAS \times (TB - TAS)$,

(35) $QO = QOB + QPR$,

(36) $QK = QKB + QSP$,

(37) $TAB = T5B + 5$,

(38) $EPS = 1 + QO/QK$ (39),

(39) $DAB = QK/(ENTAB - TAB)$,

(40) $DAP1 = 0{,}05 \times QOB,$

(41) $DAP2 = 0{,}05 \times DAS \times (TI - TA),$

(42) $DAP = DAP1 + DAP2,$

(43) $EAS = DAS \times (TB - TA - (273 + TA) \times (STB - STA)),$

(44) $EAB = DAB \times (ENTAB - TA - (273 + TA) \times (STAB - STA)),$

(45) $ECOND = DAB \times (TAB! - TA - (273 + TA) \times (SCOND - STA),$

(46) $EAP = DAP \times (20 - (273 + TA) \times 0{,}0659),$

(47) $ETA = EAS/(EAB - ECOND + EAP).$

La schéma logique de calcul pour ce programme est illustré par la fig. 3 [1].

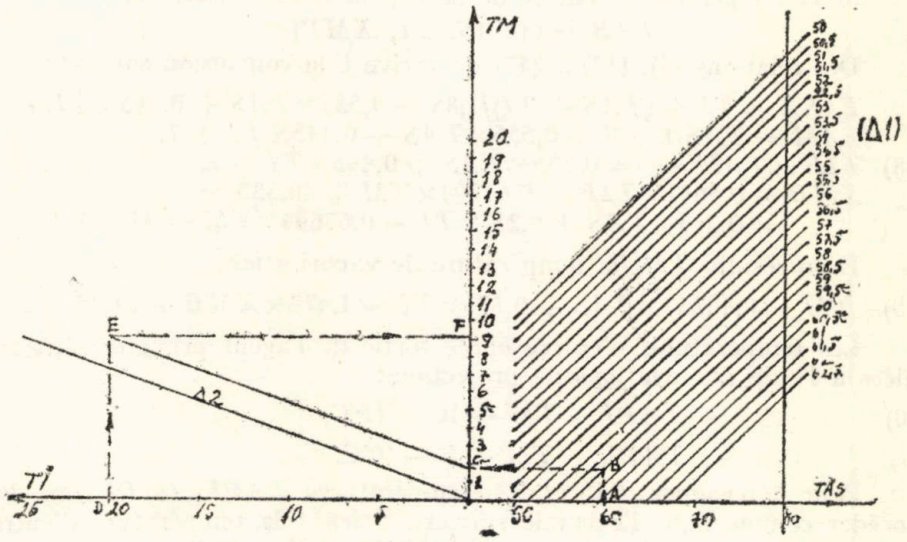


Fig. 3

Après avoir roulé le programme et interprété les résultats obtenus on est arrivé aux conclusions suivantes :

a) Le rendement exergétique de même que l'efficience de la pompe de chaleur augmentent en même temps que la température dans le vaporisateur ; ce fait conduit à l'emploi de la pompe de chaleur à cycle direct et circulation inverse.

b) Le rendement exergétique et l'efficience de la pompe présentent une variation inverse à la variation de la température de sortie de la pompe TAS, les autres variables restant constantes. Le rendement exergétique diminue en même temps que la sortie de la pompe de l'agent secondaire augmente ; donc, s'il est nécessaire de rechauffer un agent secondaire de TA à TB, le rendement exergétique s'améliore si ce chauffage est réalisé à l'aide de la pompe de chaleur jusqu'a $TAS = 50 \ldots 60°C$, étant suivi d'un chauffage supplémentaire jusqu'à TB. Cette conclusion est justi-

fiée par le fait que si le chauffage est forcé seulement à l'aide de la pompe de chaleur, il faut élever la température dans le condenseur, ce qui implique l'augmentation de la pression dans cet appareil. Celà détermine l'élévation de la température de la vapeur utilisée.

c) Le rendement exergétique et l'efficience de la pompe augmentent à mesure que la température d'entrée TA et la température de sortie TB diminuent.

À l'aide des relations empiriques établies, on peut déterminer :

1) la température d'entrée dans le vaporisateur de l'agent primaire à chaleur déchet

$$TAPI \geqslant TM + 10 - 15°C;$$

2) la température de sortie du vaporisateur de l'agent primaire

$$TM + 5 \leqslant TAPE \leqslant TAPI;$$

3) la température d'entrée de la vapeur dans le lessiveur

$$TAB = f(TAS,\ TI,\ XMB).$$

Des relations (1), (13) ... (17) on arrive à la conclusion suivante

$$\begin{aligned} TASA &= TI + (TAS - TI)/1{,}88 = 0{,}555 \times TAS + 0{,}445 \times TI, \\ TAM &= TASA + 7 = 0{,}555 \times TAS + 0{,}445 \times TI + 7, \\ T2B &= TAM - 5 = 0{,}555 \times TAS + 0{,}445 \times TI + 2, \\ XMB &= 0{,}5641 \times T2B - 0{,}67694 \times TM + 40{,}335 = \\ &= 0{,}313 \times TAS + 0{,}25 \times TI - 0{,}67694 \times TM + 41{,}463. \end{aligned} \tag{48}$$

Il en résulte TM (la température de vaporisation)

$$TM = 0{,}46237 \times TAS + 0{,}371 \times TI - 1{,}477 \times XMB + 61{,}25. \tag{49}$$

Les températures d'entrée et de sortie de l'agent primaire sont calculées à l'aide des relations de projection :

$$TAPI = TM + 10 - 15°C, \tag{50}$$

$$TAPE = TM + 5 - 10°C. \tag{51}$$

Pour déterminer TM et les températures $TAPI$, $TAPE$, on doit procéder comme dans l'exemple suivant. Soient : la température d'entrée de l'agent secondaire dans la pompe de chaleur $TI = 20°C$; la température de sortie de l'agent secondaire dans la pompe de chaleur $TAS = 60°C$; la concentration minime de la solution $XMB = 59\%$.

À partir du point A d'abscisse qui correspond à la température $TAS = 60°C$, on mène une verticale qui coupe la droite du faisceau ($D1$) au point B (la droite du faisceau correspondant à la concentration $XMB = 59\%$) (fig. 3). On construit une horizontale qui joigne l'ordonée au point C.

On mène du point C une droite parallèle à $A2$ qui coupe la verticale élevée du point D (correspondant à la température $TI = 20°C$) dans le point E. Du point E on construit une horizontale qui coupe l'ordonnée dans le point F. On obtient la valeur de la température TM, qui résulte des relations de calcul.

Après avoir déterminé la température du vaporisateur, on peut calculer les températures d'entrée et de sortie de l'agent primaire.

Pour déterminer la température de la vapeur dans la chaudière, on soustrait la relation (1) de (2) :

(52) $$XMMB - XMB = 0{,}5641 \times (T1B - T2B) + 0{,}482.$$

En remplaçant dans la relation (4) $TMM = TAS + 5$ et $XMMB$ il résulte

(53) $$TAB = T5B + 5 = 1{,}1 \times TAS + 2{,}7 \times XMB - 93{,}7179.$$

Si on remplace XMB et $T2B$ dans les relations (14), (15) et (53) on obtient

(54) $$TAB = 1{,}945 \times TAS + 0{,}6782 \times TI - 1{,}828 \times TM + 18{,}248.$$

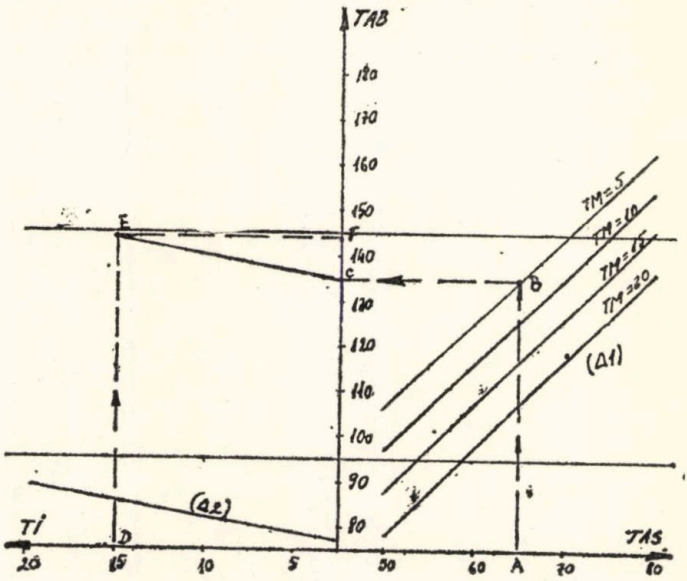


Fig. 4

On peut déterminer la température de la vapeur utilisée dans la chaudière à l'aide du graphique de la fig. 4.

Reçue le 26 Décembre 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Laboratoire de Thermotechnique

BIBLIOGRAPHIE

1. * * * *Méthode de projection d'une pompe de chaleur à absorption à Br-Li.*
2. * * * *La fiabilité dans la construction des machines.* 1978.

OPTIMIZAREA FUNCȚIONALĂ A UNEI POMPE DE CĂLDURĂ CU ABSORBȚIE CU Br-Li, CU CICLU ȘI CIRCULAȚIE DIRECTĂ
Nomograme pentru determinarea temperaturilor agenților din instalație

(Rezumat)

Se analizează modul de proiectare și de optimizare a unei pompe de căldură cu absorbție Br-Li. Sînt prezentate variantele de pompă de căldură cu ciclu direct și circulație directă.

Volumul mare de calcul a condus la folosirea calculatorului electronic. De asemenea sînt date diagrame pentru determinarea temperaturilor agenților de căldură deșeu și a aburului folosit în instalație.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.43.04

CERCETĂRI PRIVIND UN MODEL OPTIM DE SISTEM DE APRINDERE ELECTRICĂ CU SEMICONDUCTORI DE TIP INDUCTIV

DE

TRAIAN VIDRAȘCU

1. Introducere. Progresul construcției de motoare cu ardere internă este legat de dezvoltarea sistemelor de aprindere electrică. Creșterea gradului de compresiune, folosirea aditivilor antidetonanți în combustibil, mărirea economicității motoarelor prin folosirea amestecurilor carburante sărace solicită o tensiune mărită în secundarul bobinei de inducție, adică o energie magnetică mai mare înmagazinată în primarul ei.

Folosirea sistemelor de aprindere electrică cu semiconductori satisface acest deziderat și în același timp poate contribui la o reducere a consumului de benzină cu 10—20% [1], [2]. Reducerea consumului de benzină am presupus că se datorează energiei sporite a scînteii electrice de la bujie care asigură o vaporizare și o omogenizare mai bună a particulelor de carburant aflate în vecinătate [3].

De aceea, în lucrarea de față vom studia un model optim de aprindere care să asigure o energie mare scînteii electrice cu posibilitatea utilizării sale pe autovehiculele din țara noastră.

2. Cercetări asupra energiei acumulate în primarul bobinei de inducție. Energia magnetică înmagazinată în primar este dată legea lui Helmholtz [4]

$$W_p = \frac{1}{2} L_p \left[\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L_p} t_i} \right) \right]^2, \tag{1}$$

unde L_p este inductanța primarului bobinei de inducție, E — tensiunea sursei electrice, iar t_i — timpul cît contactele ruptorului stau închise.

Pentru a găsi valoarea inductanței L_p, pentru care energia magnetică este maximă, trebuie ca

$$\frac{\partial W_p}{\partial L_p} = 0. \tag{2}$$

Soluția acestei ecuații, dată în [5], este

$$\frac{R}{L_p} t_i = 1{,}256, \tag{3}$$

care înlocuită în relația (1), dă energia maximă

$$W_{pM} = \frac{1}{2} L_p \left[\frac{E}{R} \left(1 - e^{-1,256} \right) \right]^2 \simeq \frac{1}{2} L_p \left(\frac{E}{R} \frac{5}{7} \right)^2 . \tag{4}$$

Din relația (3) se obține raportul

$$\frac{L_p}{R} = \frac{t_i}{1,256} . \tag{5}$$

Pentru un motor în patru timpi raportul dintre timpul cît contactele ruptorului stau închise și perioada formării scînteii este [4]

$$\frac{t_i}{T} = 0,6, \tag{6}$$

astfel că (5) devine

$$\frac{L_p}{R} = \frac{0,6}{1,256 f} , \tag{7}$$

unde f este frecvența scînteilor. Înlocuind în (4) obținem

$$W_{pM} = \frac{1}{2} \frac{25}{49} \frac{E^2}{R} \frac{0,6}{1,256 f} . \tag{8}$$

Dacă se ține seama că la turații mari $E = 14$V, atunci (8) devine

$$W_{pM} = \frac{210}{8,792} \frac{1}{Rf} . \tag{9}$$

3. Determinarea inductanței primare a bobinei de inducție. În [6] se consideră o capacitate totală existentă în circuitul secundar al unei bobine de inducție de circa 100 pF, imputată capacității parazite a bobinajului secundar, distribuitorului și electrozilor bujiei. Totodată se mai consideră că în condiții de temperatură joasă și umiditate ridicată este necesară o tensiune în secundar de circa 25 kV, pentru a avea loc descărcarea între electrozii bujiei.

Pornind de la aceste considerente, rezultă că energia electrostatică din secundar este

$$W_s = \frac{1}{2} C_s V_s^2 \simeq 30 \text{mJ} \tag{10}$$

atunci cînd are loc descărcarea electrică la electrozii bujiei. Din cauza pierderilor, vom presupune ca și în [6] că este necesară în primarul bobinei de inducție acumularea unei energii duble, adică

$$W_p = 2W_s = 60 \text{ mJ}, \tag{11}$$

care să existe la frecvența maximă a scînteilor.

Sistemul de aprindere electrică cu semiconductori de tip inductiv are drept componentă principală un tranzistor de putere care funcționează în regim de comutație cu sarcină inductivă. După cum se arată în [7] și [8], la densități mari de curent în tranzistorii de putere apare fenomenul

celei de a doua străpungeri care duce la deteriorarea dispozitivului semiconductor.

Fenomenul are o probabilitate mai mare de apariție în cazul sarcinilor inductive. De aceea impunem condiția ca prin tranzistor să treacă un curent maxim de 6 A. Dacă tensiunea sursei electrice a autovehiculuiui este $E = 12$ V, rezultă pe circuit o rezistență

$$R = \frac{E}{I} = 2\,\Omega. \tag{12}$$

Pentru $W_{p_M} = 60$ mJ, relația (9) dă frecvența maximă a scînteilor

$$f \simeq 200\ \text{Hz} \tag{13}$$

iar din relația (7) găsim inductanța primară

$$L_p \simeq 4{,}80\ \text{mH}. \tag{14}$$

4. Discuții. Valoarea inductanței primare obținute diferă de cea a bobinei de inducție clasice. Ținînd seama că la întreruperea curentului printr-o inductanță apare o tensiune de autoinducție mare, se impune utilizarea unui tranzistor de putere care în stare blocată are o tensiune de străpungere primară mare. Se poate întrebuința sau un tranzistor de putere cu siliciu, sau mai mulți tranzistori de putere cu germaniu montați în serie, așa cum s-a arătat în [9]. Dacă tensiunea de autoinducție este limitată cu diode Zener la 300 V, atunci se poate lua un raport al numărului de spire secundar/primar al bobinei de inducție egal cu 100.

În cazul pornirii motorului rece, energia magnetică este

$$W_{p_0} = \frac{1}{2} L_p i_0^2 \simeq 86{,}4\ \text{mJ}. \tag{15}$$

După cum se afirmă în [5], este necesară o energie de minim 100 mJ pentru a porni motorul în 5 secunde. De aceea se poate aranja circuitul electric astfel ca numai pe durata acționării demarorului, curentul să crească la 8 A. În acest caz relația (15) dă o energie de aproximativ 153 mJ. Această energie mare poate asigura pornirea promptă a motorului rece iarna, în cazul unor temperaturi scăzute.

Modelul propus asigură o energie mare scînteii electrice ce apare la bujie, pînă la turații de 6 000 ture/min pentru motoarele cu ardere internă cu patru cilindri.

Dacă frecvența scînteilor este de 300 scîntei/sec, atunci

$$i_{300} = \frac{14}{2}\left(1 - e^{-\frac{2}{4{,}8 \cdot 10^{-3}} \frac{0{,}6}{300}}\right) \simeq 3{,}95\ \text{A}, \tag{16}$$

$$W_{300} \simeq 37{,}56\ \text{mJ}. \tag{17}$$

Utilizînd (10) se găsește pentru $W_s = W_p/2$ o tensiune în secundar

$$V_s = \sqrt{\frac{W_{300}}{C_s}} \simeq 19\,380\ \text{V}, \tag{18}$$

destul de ridicată, care poate asigura funcţionarea satisfăcătoare a motorului.

5. Concluzii. 1. Se cercetează un model optim de aprindere electrică cu semiconductori de tip inductiv care asigură o energie de minim 30 mJ scînteii electrice de la bujie, pentru motoarele cu ardere internă în patru timpi, avînd o frecvenţă maximă de 200 scîntei/sec.

2. Se găseşte că este necesară o bobină de inducţie avînd o inductanţă primară de 4,8 mH pentru un curent electric de 6 A, limitat de fenomenul celei de a doua străpungeri ce apare la tranzistorii de putere.

3. Modelul poate asigura o funcţionare mulţumitoare a unui motor şi la frecvenţa de 300 scîntei/sec.

Primită la 15 octombrie 1979

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Aramă C., Şerbănescu A., *Economia de combustibil la automobile.* Ed. tehn., Buc., 1971.
2. Vidraşcu Tr., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXIV (XXVIII)**, *1—2*, s. IV, 79 (1978).
3. Vidraşcu Tr., *Consideraţii privind introducerea sistemelor de aprindere electrică cu semiconductori pe autovehiculele din România.* În vol. „Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", partea **I**, Iaşi, pp. 113—117, 1978.
4. Bursuc I. D., Vidraşcu Tr., Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXIV (XXVIII)**, *3—4*, s. IV, 67 (1978).
5. Cristea M., *Echipament electric pentru automobile.* Ed. did. şi ped., Buc., 1962.
6. Del Zotto G., Elettronica e Telecomunicazionni, **2**, 51 (1972).
7. Schafft A. H., Proc. IEEE, **55**, 1272 (1967).
8. Dolocan V., *Fizica dispozitivelor cu corp solid.* Ed. Acad. R.S.R., pp.147—151, 1978.
9. Vidraşcu Tr., Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXIV (XXVIII)**, *3—4*, s. IV, 107 (1978).

RESEARCHES CONCERNING AN OPTIMAL MODEL OF SOLID STATE INDUCTIVE IGNITION SYSTEM

(Summary)

An optimal model of solid state inductive ignition system are studied at four-cycle four-cilinder engines. It is found that the greatest energy can be given by an ignition coil having the primary inductance $L_p = 4.80$ mH.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.785

CERCETĂRI PRIVIND DETENSIONAREA TERMICĂ A SUBANSAMBLELOR SUDATE CU STABILITATE DIMENSIONALĂ RIDICATĂ

DE

I. HOPULELE, I. MĂLUREANU și NONEL THIRER

1. Introducere. Tehnologiile moderne de fabricație în construcție sudată a unor organe de mașini și subansamble care trebuie să posede o bună stabilitate dimensională în procesul funcțional, reclamă de cele mai multe ori ca după procesul tehnologic parcurs să se aplice și un tratament termic de detensionare.

Analiza științifică a factorilor care însoțesc procesul termic prin testare pe cale de laborator și interpretare analitică a interdependenței acestora, cu rezultate favorabile în aplicarea ciclurilor de detensionare, constituie o metodă tehnico-științifică cu un larg cadru de aplicabilitate, metodă care poate aborda orice tip de material, și devine de mare necesitate pentru cazul unor materiale noi, la care nu se cunosc indicații de tratament.

În acest sens, metoda autorilor ține seama în principal de următorii factori: a) variația limitei de curgere a materialului cu temperatura; b) variația modulului de elasticitate cu temperatura (E); c) variația parametrilor de curgere lentă prin fluaj (K), factori experimentali pentru materialul dat, și care exprimă în mod global comportarea materialului supus unui ciclu termic de încălzire (modificări structurale, omogenizări și difuzii etc.).

Optimizarea ciclului detensionării termice operează apoi în baza relațiilor analitice de interdependență a factorilor, cu un program, care rulat pentru condiții de optimizare, respectiv asigurarea unei tensiuni remanente admise, oferă soluția optimă de tratament.

În această lucrare, metoda de analiză și optimizare a ciclului termic de detensionare vizează stabilirea tehnologiei de tratament după sudare a batiului strungului carusel de tip „Berthiez". Din documentația privind construcția strungului, rezultă că materialele folosite fac parte din categoria oțelurilor de construcție, mărcile OL 60.1.k, OL 52.2.k și OL 44.3.k—STAS 500/2—68, apreciate după conținutul de carbon ca având o bună sudabilitate. Dacă din punct de vedere al compoziției chimice materialele corespund sudabilității, în ce privește alți factori și în special grosimea materialului se recomandă sudură cu precauții, respectiv preîncălzire la

150 ... 200°C și detensionare după sudare. Justificarea detensionării termice rezultă mai complet din considerentele :

a) ca urmare a grosimilor mari de material, vitezele de răcire sînt mari și pot conduce la tensiuni periculoase ;

b) îmbinarea prin sudare de materiale cu compoziții chimice diferite conduce de asemenea la tensionări, ca urmare a caracteristicilor termofizice diferite ;

c) batiul de strung este o construcție care trebuie să asigure o precizie ridicată alături de o rigiditate și stabilitate dimensională de lungă durată în procesul funcțional.

2. Analiza procesului detensionării termice a batiului strungului „Berthiez". În conformitate cu indicațiile din literatura de specialitate [1], [3], [4], [7], [9] și cu caracteristicile mecanice și termofizice ale materialelor care intră în construcția strungului, tratamentul termic de detensionare după sudare se poate prescrie în baza următorilor parametri :

1) temperatura maximă de regim, recomandată pentru oțelul carbon cu sudabilitate satisfăcătoare, este între 600 ... 650°C ;

2) viteza de încălzire și răcire în proces, dependentă direct de compoziția chimică, forma și dimensiunile construcției sudate, ținînd seama de criteriul Biot, nu depășește 100°C/h;

3) durata de menținere la temperatura maximă de regim, după experiența practicii industriale, se determină considerînd 2...3 minute/mm grosime de material.

În cazul batiului de strung, ținînd seama de faptul că toate elementele ansamblului sudat intră simultan în cuptor, eficiența detensionării va fi asigurată de durata de menținere calculată pentru elementul cel mai gros, materialul de bază din construcția sudată, respectiv oțelul OL 60.1.k de 60 mm grosime. Referitor la viteza de răcire, aceasta se controlează pînă la atingerea temperaturii de 300°C, după care răcirea se face în aer.

Verificarea experimentală a ciclului termic de detensionare (fig. 1) s-a făcut pe cale de laborator, pe epruvete cilindrice supuse la torsiune, pe o instalație cu comandă termică după program [1], [2], [3] și cu posibitate de înregistrare continuă a variației tensiunii remanente în funcție de temperatură și timp. Experimentările au plecat de la ideea că cele mai mari tensiuni într-o construcție sudată se plasează în materialul de bază, motiv pentru care epruvetele prelevate din oțelul OL 60.1.k, preîncărcate cu o sarcină sub limita de curgere la temperatura ordinară, au fost supuse ciclului termic de detensionare recomandat. Rezultatele experimentale cu privire la variația tensiunii și valoarea finală după tratament se dau pe graficul din fig. 1.

Analizînd acest grafic se constată că scăderea tensiunii în timp la creșterea temperaturii, este lentă la început și pronunțată către sfîrșitul ciclului de încălzire, pînă la temperatura maximă de regim. În continuare, scăderea tensiunii își micșorează intensitatea în perioada de menținere, răcirea ulterioară conducînd la o creștere neînsemnată a tensiunii. Cele două fenomene importante care însoțesc procesul detensionării termice, respectiv de scădere radicală a tensiunii în perioada de încălzire și de întărire a materialului în perioada de răcire, se datoresc în primul caz scăderii limitei de curgere și a modulului de elasticitate al materialului cu creșterea

temperaturii, curgerea prin fluaj fiind neglijabilă, iar în al doilea caz—creșterii modulului de elasticitate cu scăderea temperaturii, ca factor preponderent.

În ce privește scăderea tensiunii în perioada de menținere, ea se datorește fenomenului de curgere plastică prin fluaj la temperatură ridicată, ca factor determinant, ceilalți factori fiind constanți (limita de curgere și modulul de elasticitate).

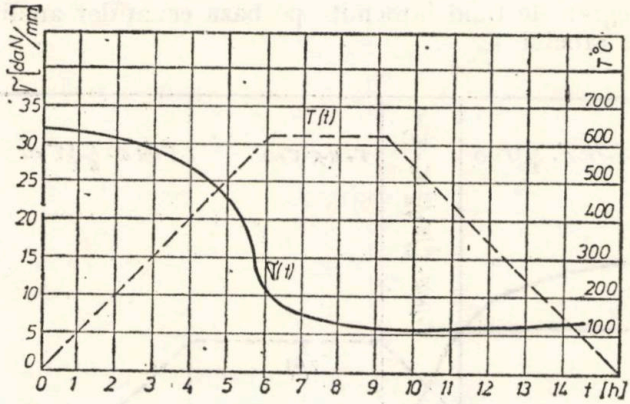


Fig. 1. — Diagrama ciclului termic de detensionare și graficul de variație a tensiunii în proces.

3. Studii de optimizare asupra ciclului de tratament termic de detensionare. Pentru studiul de optimizare a ciclului termic de detensionare, cu luarea în considerație a parametrilor de material (E, σ_c, K) și a valorii tensiunii reziduale finale admise după detensionare, se folosesc relațiile analitice determinate pentru fiecare zonă specifică a ciclului de detensionare termică [1], [2], [8] în baza unui program de calculator, care prezintă posibilitatea de analiză, proiectare și optimizare a ciclului termic în funcție de condițiile impuse, relații care se dau în cadrul fig. 2.

Analizînd ecuațiile analitice de interpretare a ciclului de detensionare termică, se observă că rezolvarea pe calculator reclamă cunoașterea prealabilă a parametrilor de material, determinați de furnizor sau experimental de beneficiarul materialului. Astfel, în ce privește modulul de elasticitate și limita de curgere, variabile cu temperatura, ele se determină conform normelor standardizate; pentru coeficientul de curgere lentă prin fluaj la temperaturi ridicate și sarcini apropiate de limita de curgere, se utilizează relația [1], [2]

$$K = \frac{\ln \sigma_{n-1} - \ln \sigma_n}{-E(t_{n-1} - t_n)}, \tag{1}$$

în care σ_n, σ_{n-1} — valorile consecutive de pe curba de relaxare la temperatura considerată; t_n, t_{n-1} — timpii de relaxare corespunzători tensiunilor.

Pentru materialul de bază din construcția strungului, respectiv oțelul OL 60.1.k, valorile parametrilor de material se dau în tabelul 1.

Parametrii de material fiind cunoscuți, criteriul de optimizare a ciclului detensionării este cel care urmărește ca pe baza funcției de timp și temperatură (E, σ_e, K), să se asigure obținerea în piesă după tratament a unei valori minime a tensiunii reziduale, sub care funcționarea utilajului este garantată.

Analiza și optimizarea ciclului termic de detensionare are loc pe calculator, cu program separat pentru fiecare domeniu specific din fig. 2 (*I*, *II*, *III*, *IV*), programele fiind întocmite pe baza ecuațiilor analitice, utilizînd și datele din tabelul 1.

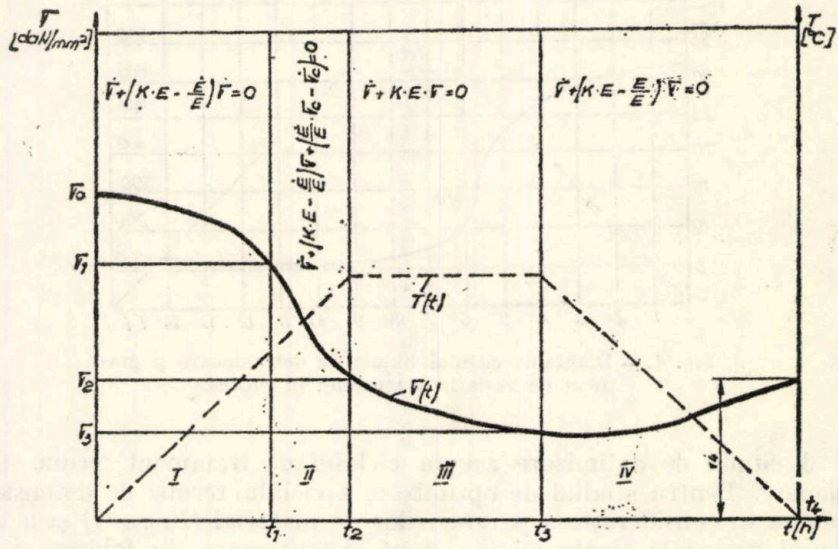


Fig. 2. — Graficul schemă a detensionării termice.

Tabelul 1

Nr. crt.	T °C	t min	E daN/mm²	σ_e daN/mm²	K daN.mm²/min
1	50	30	20.400	36,0	$0{,}8 \cdot 10^{-13}$
2	100	60	20.300	34,5	$2{,}5 \cdot 10^{-12}$
3	150	90	20.100	33,5	$6{,}5 \cdot 10^{-12}$
4	200	120	19.700	33,0	$1{,}8 \cdot 10^{-11}$
5	250	150	19.500	31,3	$2{,}1 \cdot 10^{-11}$
6	300	180	19.200	29,0	$8{,}5 \cdot 10^{-11}$
7	350	210	18.500	26,7	$3{,}5 \cdot 10^{-10}$
8	400	240	17.500	24,0	$1{,}0 \cdot 10^{-9}$
9	450	270	16.400	21,2	$2{,}7 \cdot 10^{-9}$
10	500	300	15.300	18,0	$7{,}5 \cdot 10^{-9}$
11	550	330	14.200	14,5	$1{,}8 \cdot 10^{-8}$
12	600	360	13.000	9,5	$5{,}2 \cdot 10^{-8}$
13	650	390	11.700	7,5	$1{,}4 \cdot 10^{-7}$
14	700	420	10.600	5,0	$4{,}0 \cdot 10^{-7}$

Astfel, programul de calculator pentru domeniul *I* din fig. 2 utilizează datele numerice din tabelul 1, citite de sus în jos pînă la condiția în care $\sigma \cong \sigma_c$. Pentru domeniul *II*, datele se citesc în continuare (de sus în jos) pînă la temperatura de regim. Pentru domeniul *III*, programul operează cu parametrii de material constanți, corespunzători temperaturii maxime de regim, iar pentru domeniul *IV* utilizează datele numerice din tabelul 1 prin citirea lor de jos în sus, schimbînd ca urmare și semnul derivatei pentru limita de curgere și modulul de elasticitate în raport cu domeniul *I*.

Soluționarea analitică nefiind posibilă, s-a recurs la o metodă de tip Runge-Kutta de ordinul 4 pentru integrarea numerică a ecuației diferențiale de forma

$$\frac{d\sigma}{dt} = f\left[\sigma(t), \sigma_c(t), \frac{d\sigma_c(t)}{dt}, E(t), \frac{dE(t)}{dt}, K(t)\right], \tag{2}$$

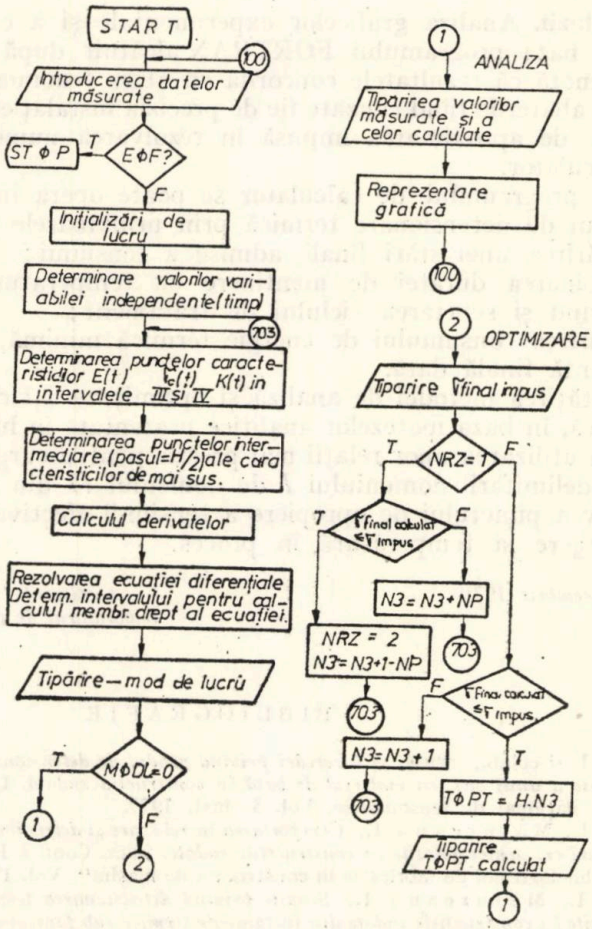


Fig. 3. — Schema logică de principiu a programului FORTRAN.

în care funcția din membrul drept este definită pe intervale conform relațiilor analitice specifice fiecărui domeniu al ciclului termic (fig. 2).

Metoda de integrare aleasă are avantajul autostartului, fiind necesară numai cunoașterea valorii $\sigma(t_0)$. Alegînd pasul H de integrare egal cu timpul ce separă două valori succesive ale caracteristicilor (σ_c, E, K) măsurate, metoda Runge-Kutta reclamă și valorile la semipas prin interpolare liniară. Derivarea numerică s-a făcut prin aproximare polinomială după metoda celor mai mici pătrate.

Programul FORTRAN întocmit după o schemă logică prezentată în fig. 3 permite soluționarea numerică a problemei pentru analiză și optimizare, utilizînd valorile numerice din tabelul 1. Programul furnizează la ieșire, pentru fiecare set de mărimi de intrare, tabelul cu valorile introduse (E, σ_c, K), cît și cele calculate (E, σ_c, σ) precum și graficul funcțiilor $\sigma(t)$ și $\sigma_c(t)$. Programul este conceput modular pentru a facilita eventualele modificări. Timpul de rulare a programului este de 1 ... 1,5 min și împreună cu timpul de trasare a diagramei nu depășește 3 ... 4 min.

3. Concluzii. Analiza graficelor experimentale și a celor trasate de calculator în baza programului FORTRAN alcătuit după schema logică din fig. 3, denotă că rezultatele concordă cu alura fenomenului detensicnării termice, abaterile fiind cauzate fie de precizia instalației experimentale (prototip), fie de aproximarea impusă în rezolvarea numerică a programului de calculator.

Asupra programului de calculator se poate opera în vederea optimizării ciclului de detensionare termică prin următoarele condiții:

a) urmărirea unei stări finale admise a tensiunii;

b) combinarea duratei de menținere cu temperatura maximă de regim, urmărind și scurtarea ciclului de tratament;

c) urmărirea consumului de energie termică minimă, pentru o tensiune remanentă finală dată.

Îmbunătățirea metodei de analiză și optimizare a ciclului de detensionare termică, în baza ipotezelor analitice prezentate în lucrare, se poate realiza și prin utilizarea unor relații mai precise pentru curgerea lentă prin fluaj K și a delimitării domeniului I de domeniul II din perioada încălzirii, respectiv a punctului de apropiere a tensiunii efective din proces de limita de curgere la temperatură în proces.

Primită la 15 decembrie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de tehnologia metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Hopulele I și colab., *Studii și încercări privind gradul de detensionare după tratament termic a unui oțel, ca material de bază în construcția sudată.* Lucr. I-ului simpozion național de tensometrie, Vol. 3, Iași, 1977.
2. Hopulele I., Mălureanu I., *Comportarea la relaxare și detensionare termică a unor oțeluri criogenice folosite în construcțiile sudate.* Lucr. Conf. a II-a a Univ. Galați „Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", Vol. IV, decembrie 1977.
3. Hopulele I., Mălureanu I., *Studiu privind detensionarea termică a unor oțeluri folosite în construcțiile sudate din instalațiile termice sub presiune.* Lucr. simpozion. „Transformarea calității într-o nouă calitate", Botoșani, mai 1978.

4. Gerbaux H., *Étude expérimentale de l'efficacité des traitments de stabilisation et de relaxation en construction soudée.* Soud. et Techn. Con., *7—8* (1968).
5. Brozz P., *Quelques considérations sur les résultats d'assais de relaxation par torsion de quatre aciers tipiques résistants à chaud.* Soud. et Techn. Con., *4* (1962).
6. Cărare T., Cobanu V., *Realizări şi experimentări de aparate pentru încercări de fluaj şi relaxare ale oţelurilor pentru beton precomprimat.* Conf. V-a, Timişoara, 1965.
7. David J. C. et collab., *Relaxation des contraintes et soudabilité des aciers.* Soud. et Techn. Con., *7—8* (1965).
8. Hopulele I., Gramaticu M., *Construcţii sudate.* Inst. polit. Iaşi, 1975.
9. Constantinescu A. şi colab., *Îndreptar de fonte şi oţeluri.* Ed. tehn., Buc., 1969.

RECHERCHES SUR LE RECUIT DE STABILISATION DES PIÈCES SOUDÉES QUI EXIGENT UNE HAUTE STABILITÉ DIMENSIONELLE

(Résumé)

Les pièces obtenues par un processus technologique après lequel ont résulté des contraintes initiales (rémanentes) nécessite un recuit de stabilisation pour avoir une stabilité dimensionelle.

Pour un recuit de stabilisation optimal on doit tenir compte des facteurs déterminants, à savoir : la variation de la limite de coulement avec la température ; la variation du module de l'élasticite longitudinal E et la propriété de coulement par fluage.

On réalise cette optimisation en résolvant par un programme FORTRAN des équations qui tiennent compte des facteurs ci-dessus. Cette méthode a été apliquée pour le recuit de stabilisation pour éliminer des contraintes initiales d'une construcion soudée d'un tour Caroussel. Elle peut être utilisée aussi pour établir des cycles de recuit de stabilisation des métaux pour lesquels on ne possède pas des prescriptions ou des données corespondantes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.K. 620.178.16

ERFAHRUNGSMÄSSIGE UNTERSUCHUNGEN DASCHAUEND DIE VERWENDUNGSMÖGLICHKEITEN DER LEGIERUNG AlZnCu ANSTATT DES MESSINGS BEIM AUFBAU DER ABNÜTZUNGSBÜCHSE

VON

V. NECULĂIASA und V. CRĂCIUN

1. Einleitung. Die vorliegende Arbeit beschäftigt mit der Entfindungen der Ersetzmöglichkeiten einiger Legierungen, die das Abnutzungs tücke gebraucht werden, mit anderen billigeren und leichteren zu erlangen. Zu diesem Zweck, werden experimentale Versuche bei Abnutzung der Legierung AlZnCu beim Kontakt mit der Stahl ausgeführt, Legierung die die Messingen beim Aufbau der Abnutzungsbüchse benützt bei den Maschinen ersetzen könnte.

Die Untersuchungen sind von viel geringeren Wert und Artgewicht der Legierung AlZnCu gegenüber des Messingen und Bronze rechtgefertigt

2. Die Methodik der Erfahrungen. In Anbetracht der Vielfältigkeit der Erscheinungen und der Prozessen, die in den oberflächlichen Schichten der Ersatzteilen in Berührung erscheinen, die Festsetzen einer Untersuchungsmethodick, der anwendbare Angaben in einem viel gröseren Zahl von Fälle lieferen kann, stellt grosse Schwierigkeiten vor.

Trotzdem, wenn man berücksichtigt, dass in den oberflächlichen Schichten mit Übergewicht eine bestimmte mechanische, chemische oder termophysische Erscheinung oder Process sich befindet, die einen bestimmten Typ von Abnutzungen kennzeichnet, dann kann man berücksichtigen dass es eine systematische Untersuchungsmittel ist, jener die, aus dem Bestätigung bei Laboratoriumsversuche der Verhalten der Materialkupplungen beim Verfahren bemerkten Abnutzungstyp, im Amt mit den hauptsächlichen Beiwerte wie: Belastung, Geschwindigkeit die Anwesenheit oder Abwesenheit der Schmiermittel besteht.

Diese Methodik ist auch in anderen Werken aus dem Abnutzungsbereich, ausgearbeitet im Rahmen der Laboratorium für Landwirtschaftliche Maschinen neben dem Politechnischen Institut Iassy, angewandt.

Die Versuche waren auf Proben Typ Bremsschuh-Spindel ausgeführt. Die Bremsschuh ist aus dem Legierung AlZnCu und AmXT6, der Spindel aus dem bei verschiedenen Härte behandelten Stahl 40c10, hergestellt. Es waren die Geschwindigkeiten von 0,68 m/s und 1,33 m/s bei Drücke von 20 daN/cm², 26 daN/cm², 48 daN/cm² und 60 daN/cm² benützt. Die Versuche waren in Schmierungszuständen und in trokenen Zuständen

ausgeführt. Die Abnutzung ist in mg zu 1 000 m Reibungsweg ausgedrückt. Die Bestimmung der Abnutzung ist durch Wiegen auf eine analytische Wagge mit eine Präzission von 0,0001 g festgestellt, hervorgehend die Masseinheit g/1 000 m Reibungsweg. Es wird so die Abnutzung der Bremmsschuh, wie auch die Abnutzung der Spindel vervolgt.

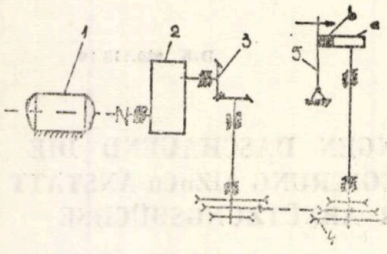


Abb. 1

Für Versuche ist eine im Laboratorium für Landwirdschaftliche Maschinen entworfenen und erbauten Versuchsmaschine, benützt (Abb. 1). Die Maschine erlaubt die Erlangung der Geschwindigkeiten und Belastungen bei den Proben *a* und *b*, zwischen grosse Grenze.

Diese sache ist möglich infolge der Kinematischen Elemente *2, 3* und *4* und der Belastungssystem *5*.

3. Erfahrene Stoffe. Für die Ausarbeitung der anwensenden Arbeits waren die im Tabbele 1 vorgestellte Stoffe erfahrt.

Tabelle 1

Stoff	Chemische Zusamensetzung %						Mechanische Karakteristiken		
	Al	Zn	Cu	Mn	Fe	Mg	N/m²	%	HB
AmXT6	2,0	36,0	58,2	2,5	1,5	—	470	5	161
AlZn48Cu1	51,5	46,6	0,7	—	—	0,036	380	8	158
AlZn40Cu2	56,6	40,9	2,15	—	—	0,35	370	6	147

Die aus in der Tabelle 1 vorliegende Stoffe hergestellten Proben, haben einen Gestalt von Bremsschuh. Diese waren in Kupplung mit Stahl 40C10, abgehärtet und enthärtet bei tiefem Temperatur wenn man die Härte von 50 HRC erlangt und abgehärtet und enthärtet bei einer mittleren Temperatur wenn man die Härte von 40HRC erlangt, erfahren.

4. Experimentale Ergebnisse. Aus den für Versuche bestimmten Stoffe sind bei der Reibung 12 Kupplungen gebildet. In jedem dieser Kupplungen ist das Spindel aus Stahl 40C10 gebildet.

Die Ergebnisse der Versuche bei Abnutzung sind in Schaubilder vorgestellt, die Kurven die die Abnutzung der Bremsschuhs (*1, 2*), die Abnutzung der Spindel (*1', 2'*) un die Summe der Abnutzungen der Kupplungen in Reibung enthalten.

Bei Geschwindigkeiten von 0,68 m/sec und 1,33 m/sec und bei Druck zwischen 20 daN/cm² und 60 daN/cm², die Kupplungen in Reibung AmXT6 auf Stahl 40C10 und die Legierungen AlZn48Cu1 und AlZn40Cu2 auf Stahl 40C10 in Schmierungszuständen mit Öl T80 verhalten sich verschieden.

Bei den oben gezeigten Parametern, stellt Messing AmXT6 sehr grosse Abnutzungen vor, besonders bei Kontakt mit den zur Härte von

50 HRC gehärtete und enthärtete Stahl (Abb. 2). Die Messing AmXT6 stellt hohe Abnutzungen auch in Kontakt mit den zur Härte V von 10 gehärteten und enthärteten Stahl vor (Abb. 3).

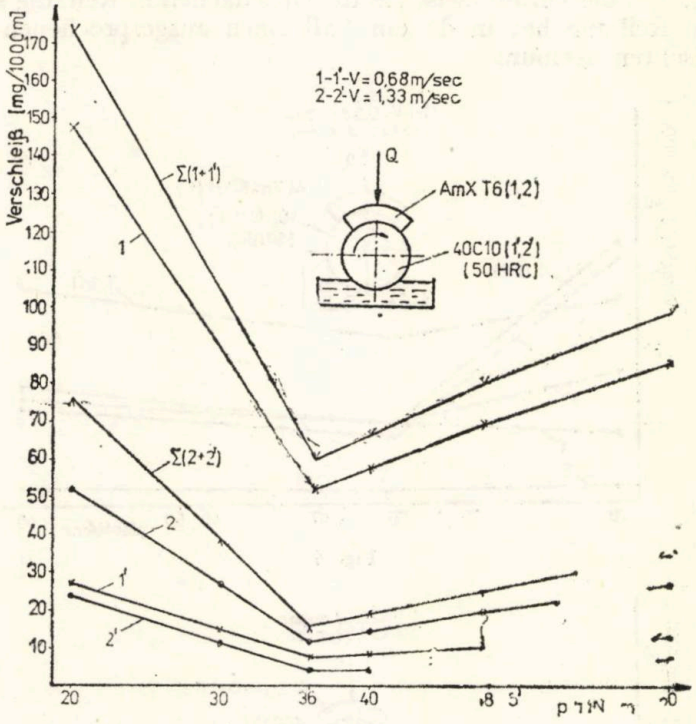


Fig. 2

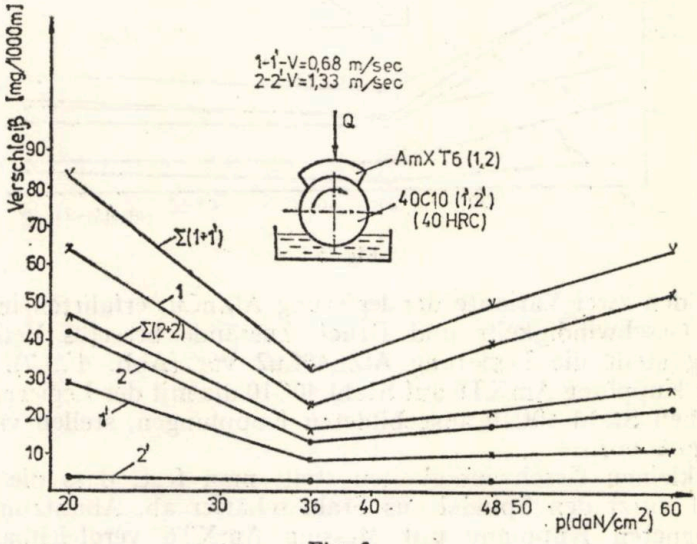


Fig. 3

Man stellt ebenfalls fest, dass Messing AmXT6 nutzt sich stärker ab bei niedrigen Druck und bei langsamer Geschwindigkeit, sowie auch bei hoherem Druck. Bei langsamer Geschwindigkeit, nützen sich die Proben stärker ab, weil der Ölfilm zwischen die Oberflächen in Reibung sich schwer bildet, die Reibung hat in diesem Fall einen ausgesprochenen Charakter von gemischten Reibung.

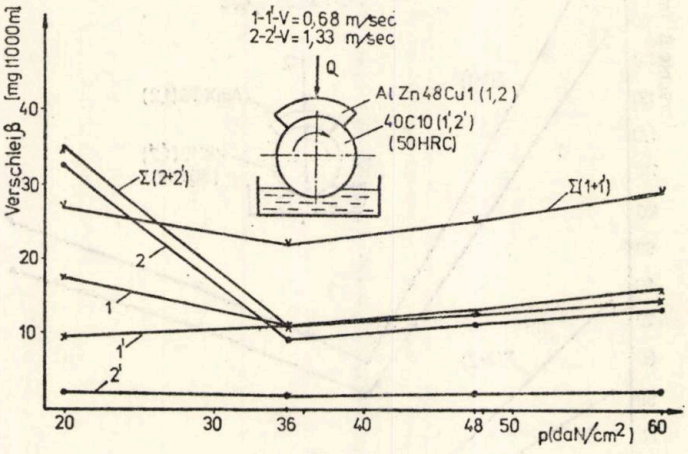


Fig. 4

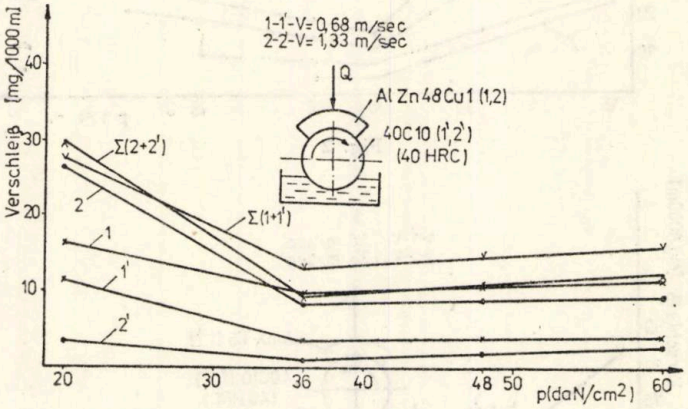


Fig. 5

Von den zwei Variante der legierung AlZnCu, erfahrten in den oben gezeigten Geschwindigkeits und Druck Zustände besseres Verhalten bei Abnutzung stellt die Legierung AlZn40Cu2 vor (Abb. 4 ... 7). In Anbetracht der Kupplung AmXT6 auf Stahl 40C10 die mit der Legierung AlZnCu auf derselben Stahl 40C10 ausgebildeten Kupplungen, stellen viel kleinere Abnutzungen vor.

Bei kleinen Geschwindigkeiten stellt man fest, dass die Legierung AlZn40Cu1 nutzt den Spindel aus Stahl schärfer ab, Abnutzung die mit dem begegneten Kupplung mit Messing AmXT6 vergleichbar ist. Die

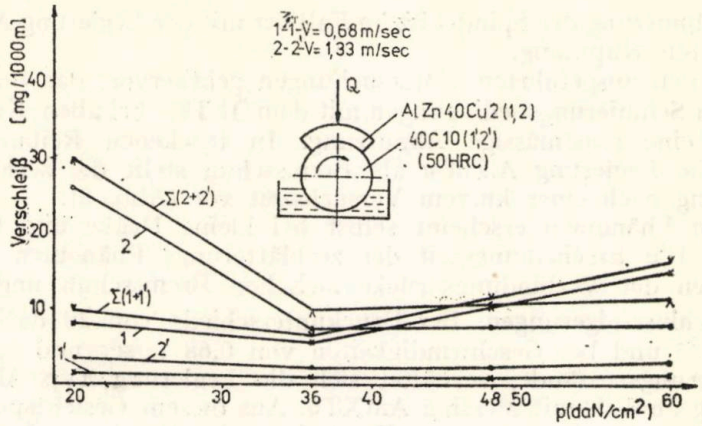


Fig. 6

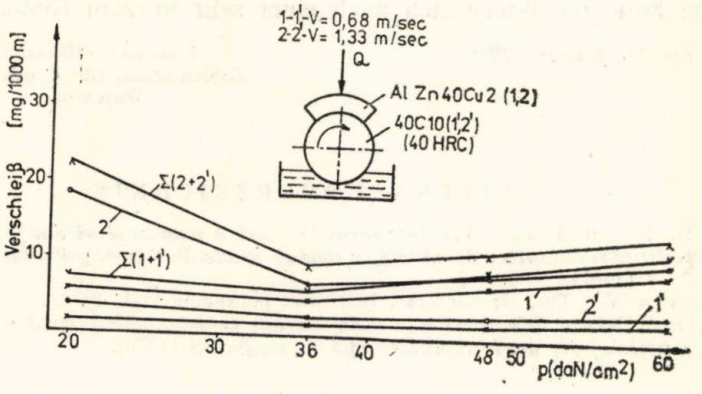


Fig. 7

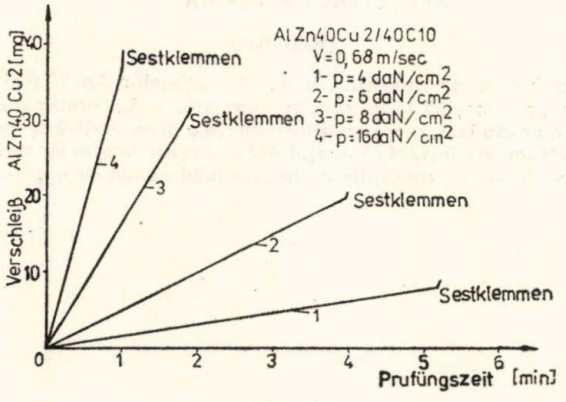


Fig. 8

kleinste Abnutzung der Spindel ist im Fall der mit der Legierung AlZn40Cu2 ausgebildeten Kupplung.

Aus den ausgeführten Untersuchungen gehthervor, das im Fall der Reibung in Schmierungsbedingungen mit dem Öl T80, bei allen Kupplungen erscheint eine regelmässige Abnutzung. In trockenen Reibungsbendingungen, die Legierung AlZnCu als Bremsschuh stellt die zerblätterungs Erscheinung nach einer kurzem Versuchszeit vor (Abb. 8).

Diese Phänomen erscheint selbst bei kleine Drüke und Geschwindigkeiten. Die Erscheinungszeit der zerblätterungs Phänomen sinkt mit das Steigen der Verbindungsdrücke zwischen Bremsschuh und Spindel.

5. Schlussfolgerungen. Bei Druckunterschiede von 20 daN/cm² und 60 daN/cm² und bei Geschwindigkeiten von 0,68 m/sec und 1,33 m/sec, in Schmierungszustände, verhältet sich die Legierung Typ AlZnCu bei Abnutzung ähnlich mit Messing AmXT6. Aus diesem Gesichtspunkt kann die Legierung AlZnCu mit guten Ergebnissen das Messing ersätzen.

Nicht zu Vergessen sind die Reibungsbedingungen. Diese Legierung kann man nur im Anwesenheit der Schmiermittel verwenden. In trockene Reibungszustände terblätern sich nach einer sehr kurzem Reibungszeit.

Eingegangen am 29. Januar, 1980

Technische Hochschule, Jassy,
Laboratorium für Landwirtschaftliche Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Crudu I., Neculăiasa V., *Încercarea la uzură a unor cupluri din fontă maleabilă perlitică şi oţel carbon de calitate, în condiţii uscate.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XII (XVI)** *3–4* (1967).
2. Neculăiasa V., Teză de doctorat, Institutul politehnic Iaşi, 1974.
3. Neculăiasa V., *Metodă, maşină şi unele rezultate experimentale privind uzura abrazivă a articulaţiilor deschise.* Construcţia de maşini, *5* (1978).

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND POSIBILITĂŢILE DE UTILIZARE A ALIAJULUI AlZnCu ÎN LOCUL ALAMEI, LA CONSTRUCŢIA BUCŞELOR DE UZURĂ

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele experimentale la uzură a aliajelor AmXT6 şi AlZnCu. Încercările au fost efectuate pe o maşină proiectată şi construită la Laboratorul de maşini agricole de la Institutul politehnic din Iaşi, care permite obţinerea a diverse viteze şi presiuni de contact.

În urma încercărilor se constată că aliajul AlZnCu poate înlocui cu rezultate bune alama la construcţia bucşelor de uzură, condiţiile de frecare fiind numai cu ungere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.92

ELEMENTE PRIVIND STABILITATEA MIŞCĂRII ELECTRODULUI SCULĂ LA MAŞINA DE PRELUCRAT PRIN ELECTROEROZIUNE ELER—01.GEP—50F

DE

GH. LUNGU, D. ZETU şi EMIL UNCHEŞEL

Precizia prelucrării prin electroeroziune a crescut în ultimii ani, pe baza realizării subansamblelor componente la precizii tot mai ridicate. Introducerea ghidajelor cu role a permis obţinerea unei poziţionări în plan orizontal cu precizie de 1 micrometru.

Capul de lucru, în poziţie verticală, este fixat pe ghidaje de alunecare, iar electrodul sculă, în timpul mişcărilor de lucru, se deplasează rectiliniu alternativ, acţionat pe cale hidraulică. Comanda deplasării electrodului sculă se realizează prin intermediul unei servovalve de tipul REXROT. Servovalva face parte din bucla închisă de reglare, în care parametrul de intrare îl constituie variaţia tensiunii dintre electrod şi semifabricat şi care, prin intermediul panoului electronic, urmăreşte menţinerea constantă a spaţiului dintre electrozi, la valoarea de cîteva sutimi de milimetru. Semnalele de comandă de la generatorul GEP—50F permit realizarea curselor de avans, a ridicării electrodului în timpul pauzelor de spălare cu dielectric a zonei de lucru, cît şi coborîrea din nou spre semifabricat, cu o distanţă egală cu adîncimea prelucrată prin impulsul anterior.

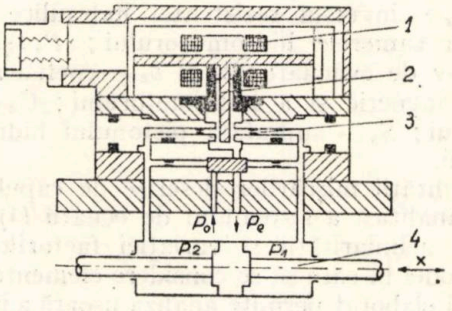


Fig. 1

Funcţiile multiple legate de mişcarea electrodului sculă pe verticală, impuse de natura procesului de prelucrare prin electroeroziune, sînt realizate de electrovalvă, care are în structura sa (fig. 1) următoarele elemente : *1* — sistem electromagnetic de comandă proporţională ; *2*— *3*— ampli-

ficatorul hidraulic de tipul ajutaj clapetă; *4* — hidromotorul de tipul piston-cilindru.

Pentru a putea discuta stabilitatea sistemului, este necesar să se elaboreze un model care nu mai necesită rezolvarea pe cale analitică a ecuațiilor diferențiale (1) ... (6), care conțin neliniarități și factori variabili.

Sistemul inițial de ecuații diferențiale pentru elementul de reglare considerat poate fi scris astfel [1]:

$$U_i = L\frac{di}{dt} + (r_e + r_a)\, i + k_m \frac{d\varphi}{dt}, \tag{1}$$

$$k_m i = J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + b_1\frac{d\varphi}{dt} + C_1\varphi + l\frac{\pi d_a^2}{4}(P_1 - P_2), \tag{2}$$

$$h = l\varphi, \tag{3}$$

$$P_1 = P_0 - \frac{1}{\sigma_{dr}^2}\left[a(h_0 - h)\sqrt{P_1 - P_2} + S_h\frac{dx}{dt}\right]^2, \tag{4}$$

$$P_2 = P_0 - \frac{1}{\sigma_{dr}^2}\left[a(h_0 + h)\sqrt{P_1 - P_2} + S_h\frac{dx}{dt}\right]^2, \tag{5}$$

$$S_h(P_1 - P_2) = m\frac{d^2x}{dt^2} + b_2\frac{dx}{dt} + C_2 x, \tag{6}$$

în care: k_m și l — parametrii constructivi ai sistemului electromagnetic; r_a și L — rezistența activă și respectiv inductanța înfășurării electromagnetului; r_e — rezistența de ieșire a amplificatorului; φ — unghiul de rotire a indusului; h — deplasarea clapetei; h_0 — poziția de echilibru a clapetei; J — momentul de inerție al indusului și clapetei; C_1 — coeficient de rigiditate a arcurilor care acționează asupra indusului; d_a — diametrul interior al ajutajului; a — parametru constructiv al amplificatorului ajutaj-clapetă; σ_{dr} — inversul rezistenței hidraulice a droselului; P_1 și P_2 — presiunile în camerele hidromotorului; P_0 și P_e — presiunile de refulare și respectiv de evacuare; b_1 și b_2 — coeficienții frecării vîscoase a sistemului electromagnetic și a hidromotorului; C_2 — coeficientul rigidității hidromotorului; S_h — suprafața pistonului hidromotorului; x — deplasarea pistonului.

Analiza stabilității mișcărilor descrise de capul port sculă, prin rezolvarea pe cale analitică a sistemului de ecuații (1) ... (6), este foarte laborioasă, datorită neliniarității și variației factorilor; se impune astfel elaborarea unui model în care să se considere elementele specifice acționării hidraulice. Modelul elaborat permite analiza ușoară a influenței parametrilor de lucru caracteristici, precum și formarea schemelor structurale pentru modelarea analogică [2].

Ecuațiile de mai sus pot conține patru tipuri de neliniarități și anume:

N_1, produsul a doi parametri $\gamma_1 = \alpha_1 \beta_1$;

N_2, ridicarea la pătrat $\gamma_2 = \alpha_2^2$;

N_3, extragerea rădăcinii pătrate $\gamma_3 = \sqrt{\alpha_3}$;
N_4, raportul a doi parametri $\gamma_4 = \alpha_4/\beta_4$.

Prin α_i și β_i s-au notat neliniaritățile de la intrarea în sistem, iar prin γ_i neliniaritățile de la ieșirea din sistem ($i = 1, 2, 3, 4$).

Liniarizarea celor patru funcții se poate obține cu ușurință prin calcularea diferențialelor lor totale, care conduc la obținerea ecuațiilor corespunzătoare liniarizate, pentru creșteri mici ale variabilelor:

$$\Delta\gamma_1 = \alpha_1\Delta\beta_1 + \beta_1\Delta\alpha_1, \tag{7}$$

$$\Delta\gamma_2 = 2\alpha_2\,\Delta\alpha_2, \tag{8}$$

$$\Delta\gamma_3 = \frac{1}{2\sqrt{\alpha_3}}\Delta\alpha_3, \tag{9}$$

$$\Delta\gamma_4 = \frac{1}{\beta_4}\Delta\alpha_4 - \frac{\alpha_4}{\beta_4}\Delta\beta_4, \tag{10}$$

în care $\Delta\alpha_i$, $\Delta\beta_i$, $\Delta\gamma_i$ sînt creșterile mici ale variabilelor $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$).

Prin stabilirea valorilor parametrilor de lucru se fixează valorile α_i și β_i care determină coeficienții acestor ecuații.

Analiza structurală a sistemului hidraulic de acționare a capului de lucru al mașinii ELER—01.GEP—50 constă din:

a) realizarea structurii neliniare a sistemului inițial de ecuații diferențiale, utilizînd reprezentarea grafică a neliniarităților;

b) înlocuirea neliniarităților analitice grafice cu structurile liniarizate, obținînd structura grafică liniarizată a sistemului hidraulic;

c) alegerea punctelor de lucru și determinarea, cu ajutorul reprezentării structurale neliniare, a coeficienților structurii liniarizate;

d) construirea, cu gradul necesar de detaliere, a modelului structural al sistemului hidraulic, cu ajutorul metodelor transformărilor structurale.

Ținînd seama de cele de mai sus, în fig. 2 se indică modul de reprezentare a ecuațiilor (4) și (5) care descriu funcționarea amplificatorului hidraulic de tipul ajutaj-clapetă [3].

Regimul de lucru al amplificatorului ajutaj-clapetă se caracterizează prin abateri mici de la poziția de echilibru, care corespunde valorilor parametrilor

$$h = 0, \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad P_1 = P_2 = P_{10}. \tag{11}$$

Mărimea P_{10} se determină din reprezentarea grafică neliniară sau din ecuațiile (4) și (5), la $h = 0$:

$$P_{10} = \frac{P_0 + \left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2 P_e}{1 + \left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2}. \tag{12}$$

Utilizînd transformările structurale, pe baza structurii din fig. 2 se obține o nouă structură mai simplă în care k_h și k_x au forma

$$(13)\quad k_h = \frac{4\left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2 \frac{1}{h_0}}{\left[1+\left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2\right]^2}(P_0 - P_e), \qquad (14)\quad k_x = \frac{4\left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2 \frac{1}{\sigma_{dr}}}{\left[1+\left(\frac{ah_0}{\sigma_{dr}}\right)^2\right]^2}\sqrt{P_0 - P_e}.$$

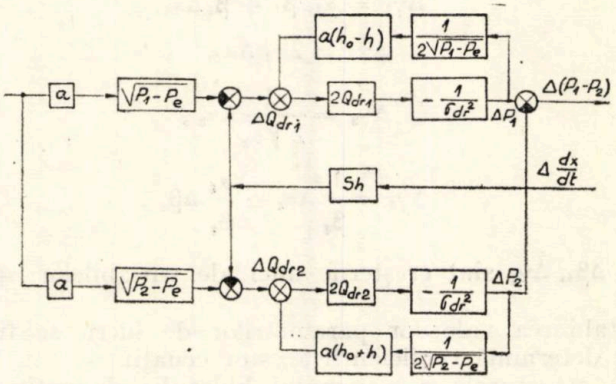


Fig. 2

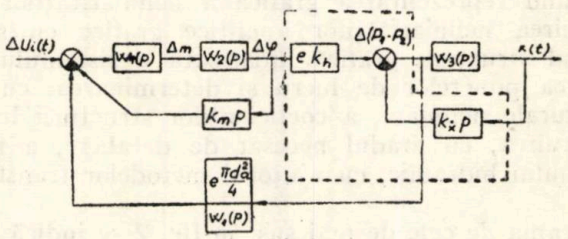


Fig. 3

În fig. 3 se prezintă schema structurală a sistemului de ecuații diferențiale, liniarizate, care descriu funcționarea amplificatorului electrohidraulic cu ajutorul transformatei Laplace, în care

$$(15)\quad W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \qquad k_1 = \frac{k_m}{r_e + r_a},\ T_1 = \frac{L}{r_e + r_a};$$

$$(16)\quad W_2(s) = \frac{k_2}{T_2^2 s^2 + 2\xi_1 T_2 s + 1}, \qquad k_2 = \frac{1}{C_1},\quad T_2 = \frac{J}{C_1};\quad \xi_1 = \frac{b_1}{2JC_1};$$

$$(17)\quad W_3(s) = \frac{k_3}{T_3^2 s^2 + 2\xi_2 T_3 s + 1}, \qquad k_3 = \frac{S_h}{C_2},\quad T_3 = \frac{m_h}{C_2};\quad \xi_2 = \frac{b_2}{2m_h C_2}.$$

Ținînd seama de legăturile inverse din sistem se obțin următoarele funcții de transfer:

$$W_4(s) = \frac{W_1(s)\, W_2(s)\, lk_h}{1 + W_1(s)\, W_2(s)\, k_m s} = \frac{k_1 k_2 lk_h}{(T_1 s+1)(T_2 s^2+2\xi_2 T_2 s+1)+k_1 k_2 k_m s} = \tag{18}$$

$$= \frac{k_4}{(T_4 s + 1)\,(T_4' s^2 + 2\xi_3 T_4' s + 1)},$$

în care

$$k_4 = k_1 k_2 lk_h; \quad T_4 > T_1, \quad T_4' < T_2, \quad \xi_2 > \xi_1. \tag{19}$$

Relația (19) este obținută din hodograful rădăcinilor construit pentru variația în ecuația (18) a coeficienților $k_1 k_2 k_m$ în limitele de la 0 la ∞. Prima valoare a produsului corespunde cazului legăturii inverse închise. Prin realizarea legăturii inverse (creșterea mărimii produsului coeficienților) veriga aperiodică devine dominantă. În practică se întîlnește cazul cînd $T_4 \geqslant T_4'$. Prin aceasta

$$W_4(s) = \frac{k_4}{T_4 s + 1} \tag{20}$$

iar valoarea constantei de timp poate fi scrisă

$$T_4 = T_1 + 2\xi_1 T_2 + k_1 k_2 k_m. \tag{21}$$

Considerînd legătura inversă care ia naștere datorită prezenței reacției jetului, se ajunge la funcția de transfer

$$W_5(s) = \frac{W_4(s)}{1 + W_4(s)\, l \frac{\pi d_a^2}{4} W_1^{-1}(s)} = \frac{k_5}{T_5 s + 1}, \tag{22}$$

în care

$$k_5 = -\frac{k_1 k_4}{k_1 + l \frac{\pi d_a^2}{4} k_4}, \quad T_5 = \frac{k_1 T_4 + k_4 l \frac{\pi d_a^2}{4} T_1}{k_1 + k_4 l \frac{\pi d_a^2}{4}}. \tag{23}$$

Funcția de transfer a sistemului hidraulic (sh) se determină cu considerarea ultimei legături inverse

$$W_{sh}(s) = \frac{W_5(s)\, W_3(s)}{1 + W_5(s)\, W_3(s)\, W_4^{-1}(s) k_x s} = \tag{24}$$

$$= \frac{k_3 k_4 k_5}{k_4 (T_5 s + 1)\,(T_3^2 s^2 + 2\xi_2 T_3 s + 1) + k_3 k_5 k_x s (T_4 s + 1)};$$

$$W_{sh}(s) = \frac{k_6}{(T_6'' s + 1)\,(T_6'^2 s^2 + 2\xi_4 T_6' s + 1)}. \tag{25}$$

Hodograful rădăcinilor ecuației (24), construit prin modificarea raportului coeficienților $k_3k_5k_x^{\cdot}/k_4$ în limitele $0 - \infty$, arată că la închiderea legăturii inverse (creșterea mărimii raportului coeficienților), veriga vibratoare devine dominantă și pentru $T_6' \gg T_6''$

$$W_{sh}(s) = \frac{k_6}{T_6'^2 s^2 + 2\xi_4 T_6' s + 1}, \tag{26}$$

unde

$$k_6 = k_3k_5, \quad T_6' = \frac{k_3k_4k_x^{\circ}T_4}{k_4}, \quad \xi_4 = \frac{T_5 + \dfrac{k_3k_5k_x^{\cdot}}{k_4}}{2T_6'}.$$

Dacă $\xi_4 > 1$, ceea ce se întîlnește în sistemele reale, atunci una din verigile aperiodice devine dominantă și se ajunge la rezultatul deja cunoscut

$$W_{sh}(s) = \frac{k_6}{T_6 s + 1}, \quad \text{unde} \quad T_6 = T_5 + \frac{k_3 k_5 k_x^{\cdot}}{k_4}. \tag{27}$$

Astfel, metodele structurale permit să se simplifice analiza sistemului dat și să se determine influența separată a parametrilor constructivi asupra coeficienților modelului obținut.

Modelul propus în lucrare permite analiza stabilității circuitului de acționare hidraulică a suportului electrodului sculă de la mașina de prelucrat prin electroeroziune, de care depinde în mare măsură calitatea prelucrării pe această mașină. Avînd în vedere numărul mare de factori care intervin în proces, modelul permite analiza, cu suficientă precizie, a influenței acestora în procesul de lucru. Analiza concretă pe mașină permite observații importante, legate de exploatarea rațională a acesteia și de posibilitățile de îmbunătățire a performanțelor.

Primită la 15 februarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Oppelt W., *Tehnica reglării automate*. Ed. tehn., Buc., 1965.
2. Кулешов В. С., Лакота Н. А., *Динамика систем управления манипуляторами*. „Энергия", Москва, 1971.
3. Bodey C. E., *The Under Sea Machine*. Mechanical Engineering, 7, 136 (1965).

CONSIDÉRATIONS SUR LA STABILITÉ DU MOUVEMENT DE L'ÉLECTROD OUTIL DE LA MACHINE D'ÉLECTROÉROSION ELER-01.GEP 50-F

(Résumé)

La stabilité du mouvement de l'électrod outil dans le processus de travail par électroérosion présente une grande influence sur la précision de l'usinage. On fait l'étude de la stabilité en écrivant les équations différentielles pour l'amplificateur électrohydraulique qui commande l'actionnement du piston porte-outil.

Le modèle mathématique et la représentation graphique permettent l'étude de l'influence des différents facteurs sur le processus de mouvement et les moyens d'augmenter les performances du système.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ, TEHNICĂ

C. Z. 62—522

CONTRIBUȚII PRIVIND CALCULUL REGULATOARELOR DE VITEZĂ ÎN ACȚIONAREA HIDRAULICĂ

DE

I. CONDREA

Reglarea vitezei mecanismelor de execuție în acționarea hidraulică poate fi realizată fie utilizînd reglarea volumică, fie reglarea reostatică, cu ajutorul unor rezistențe hidraulice (drosele) în serie sau paralel cu mecanismul de execuție. Ultimul procedeu este cel mai folosit datorită utilajului relativ mai simplu, mai ieftin, avînd însă un randament energetic inferior.

Reglării prin drosel îi este specifică așa-zisa instabilitate structurală, adică viteza mecanismului de execuție este sensibilă la variațiile sarcinii și temperaturii. Compensarea variațiilor sarcinii se realizează utilizînd regulatoarele de viteză (debit) — asociații între o supapă de reducție și un drosel, care constituie sisteme de reglare automată.

Variațiile regimului termic, determinînd variații ale vîscozității fluidului hidraulic, modifică caracteristica de debit a droselelor. Pentru realizarea unei caracteristici de debit stabile, în prezent se utilizează două procedee: unul constă în menținerea constantă, cu o anumită toleranță, a temperaturii uleiului, realizîndu-se un sistem termostatic; altul utilizează compensarea variațiilor de temperatură. În principiu, acest din urmă procedeu realizează variația automată în funcție de temperatură a secțiunii de trecere a droselului. Creșterea temperaturii reduce vîscozitatea uleiului, și deci capacitatea de tranzit a orificiului crește (crește coeficientul de debit). Aceeași creștere a temperaturii trebuie, deci, să provoace reducerea secțiunii droselului, astfel încît debitul să rămînă constant.

Firma Vikers, Întreprinderea „Balanța"—Sibiu, construiesc regulatoare de debit care, pe lîngă compensarea variațiilor sarcinii, realizează și o compensare, în sensul arătat mai sus, a variațiilor de temperatură. Schema unui astfel de regulator este prezentată în fig. 1. În intrarea mecanică, prin care se execută variația secțiunii de trecere a droselului, este introdusă o tijă dintr-un metal cu coeficientul de dilatare termică mai mare decît al corpului regulatorului (în speță, o tijă de aluminiu). La creșterea temperaturii, vîscozitatea se reduce, debitul avînd tendința să crească. În același timp, dilatarea tijei de aluminiu determină o închidere suplimentară a droselului, reducînd secțiunea de trecere a acestuia și realizînd un efect contrar.

Într-adevăr, din caracteristica de debit a droselului

$$Q = C_d f \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}, \tag{1}$$

se constată că creşterea coeficientului de debit C_d, ca urmare a creşterii fluidităţii lichidului, este însoţită de o reducere a secţiunii de trecere a droselului f.

De remarcat că, în acest caz, avem de a face cu un sistem de reglare automată deschis, fără legătură inversă.

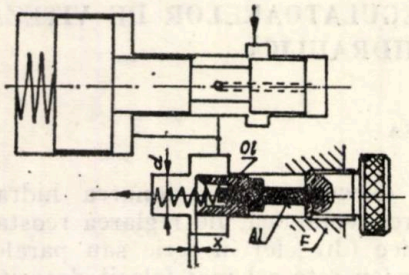


Fig. 1

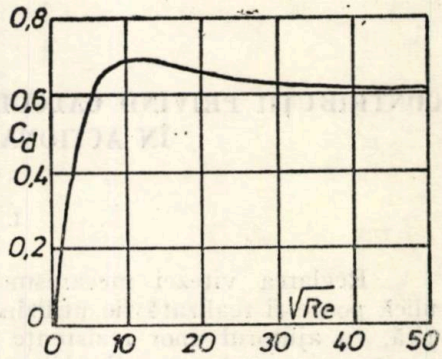


Fig. 2

Aspectul calitativ fiind evident, se pune problema stabilirii unei relaţii care să permită proiectarea raţională a unui astfel de regulator, făcînd posibilă optimizarea construcţiei încă din faza de calcul. Din bibliografia disponibilă nu rezultă că o astfel de relaţie ar fi cunoscută.

Problema variaţiei coeficientului de debit a fost tratată în numeroase lucrări [1] ... [5]. O curbă caracteristică de variaţie a lui C_d cu criteriul $\mathcal{R}e$ este dată în fig. 2. Pentru $\mathcal{R}e < 10$, mulţi cercetători găsesc relaţia

$$C_d = \delta \sqrt{\mathcal{R}e}, \tag{2}$$

unde δ depinde de geometria orificiului.

Substituind (2) în (1) şi avînd în vedere expresia criteriului $\mathcal{R}e$, rezultă relaţia

$$Q = \frac{2\delta^2 D_h f \Delta p}{\mu}, \tag{3}$$

pentru valori mici ale lui $\mathcal{R}e$. În cazul curgerii laminare prin orificii de tip diafragmă, W u e s t [1] a determinat teoretic expresia debitului. Pentru un orificiu circular de diametru d într-un plan infinit

$$Q = \frac{\pi d^3}{50{,}4\mu} \Delta p, \tag{4}$$

iar pentru fante rectangulare ($x \ll w$),

$$Q = \frac{\pi x^2 w}{32\mu} \Delta p. \tag{5}$$

Din (3), (4), (5) rezultă că $\delta = 0{,}2$ pentru orificii circulare ascuţite, şi $\delta = 0{,}157$ pentru fante rectangulare ascuţite. V i e r s m a [5] reprezintă coeficientul de debit prin asimptotele definite de (2) în domeniul laminar, şi $C_d = 0{,}611$, în domeniul turbulent (fig. 3). Numărul Reynolds de tranziţie $\mathcal{R}t$ este definit prin punctul de intersecţie al celor două asimptote

$$\mathcal{R}t = \left(\frac{6{,}11}{\delta}\right)^2. \tag{6}$$

Curgerea prin orificii este laminară pentru $\mathcal{R}e < \mathcal{R}t$, debitul fiind proporțional cu căderea de presiune. În vecinătatea lui $\mathcal{R}t$ sînt importante atît pierderile inerțiale cît și cele vîscoase. Pentru $\mathcal{R}e > \mathcal{R}t$, curgerea poate fi tratată ca turbulentă, caracteristica de debit fiind reprezentată de (1).

Problema compensării variațiilor vîscozității (datorită variațiilor temperaturii) se pune în cazul curgerii laminare, care se manifestă la debite mici. În fig. 4 se prezintă schema de calcul a droselului.

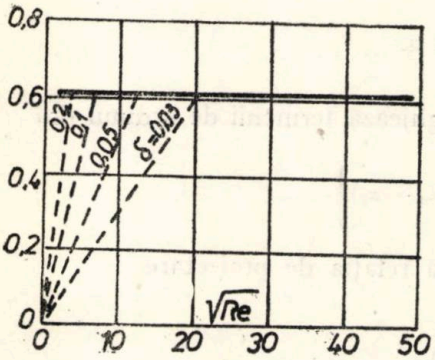


Fig. 3

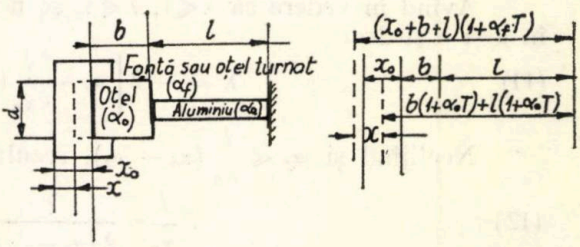


Fig. 4

Notînd cu x_0 deschiderea droselului la temperatura de regim T_0; l — lungimea tijei de aluminiu; α_a, α_0, α_f — coeficienții de dilatare termică ai aluminiului, oțelului și fontei, respectiv, deschiderea x a droselului la temperatura $T_0 + T$ poate fi scrisă sub forma

$$x = (x_0 + b + l)(1 + \alpha_f T) - b(1 + \alpha_0 T) - l(1 + \alpha_a T) =$$
$$= x_0(1 + \alpha_f T) - b(\alpha_0 - \alpha_f)\, T - l(\alpha_a - \alpha_f)T.$$

Presupunînd $\alpha_0 \cong \alpha_f$, relația de mai sus devine

$$x = x_0\left[1 + \alpha_f T - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\, T\right]. \tag{7}$$

Variația vîscozității cu temperatura este dată de [1]

$$\mu = \mu_0\, e^{-\lambda T}. \tag{8}$$

În cazul orificiului droselului realizat sub forma unei fante dreptunghiulare cu lungimea $w = \pi d$ și lățimea x, debitul este dat de (5). Din (5), (7) și (8) rezultă pentru debit expresia

$$Q = \frac{\pi w \Delta p\, x_0^2}{32\mu_0}\left[1 + \alpha_f T - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\, T\right]^2 e^{\lambda T} =$$
$$= Q_0\left[1 + \alpha_f T - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\, T\right]^2 e^{\lambda T}. \tag{9}$$

În anumite limite de variație a temperaturii, expresia care înmulțește Q_0 variază foarte puțin în jurul valorii 1, adică

$$\left[1 + \alpha_f T - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\, T\right]^2 = e^{-\lambda T}. \tag{10}$$

Ridicînd la pătrat și dezvoltînd în serie funcția exponențială, relația (10) devine

$$1 + 2\left[\alpha_f - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\right] T - \left[2\frac{l}{x_0}\alpha_f(\alpha_a - \alpha_f) - \alpha_f^2 - \frac{l^2}{x_0^2}(\alpha_a - \alpha_f)^2\right] T^2 \equiv$$

$$\equiv 1 - \frac{\lambda T}{1} + \frac{\lambda^2 T^2}{1.2} + \ldots$$

Avînd în vedere că $\alpha \ll 1$, $\lambda \ll 1$, se neglijează termenii de ordinul doi în α și λ și deci

$$\lambda = -2\left[\alpha_f - \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)\right]. \tag{11}$$

Neglijînd și $\alpha_f \ll \frac{l}{x_0}(\alpha_a - \alpha_f)$, rezultă relația de proiectare

$$\frac{l}{x_0} = \frac{\lambda}{2(\alpha_a - \alpha_f)}. \tag{12}$$

Exemplu de calcul. Se consideră valorile uzuale $\alpha_a = 23{,}7 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, $\alpha_f = 8{,}7 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Pentru un ulei Univis J-43, avînd vîscozitatea cinematică $\nu_{100°F} = 5{,}1$ cs [1], s-a calculat λ cu (8),

$$\lambda = \frac{\ln(\nu_{38°C}) - \ln(\nu_{99°C})}{99 - 38} = 0{,}01688\ °C^{-1}.$$

Cu această valoare, $l/x_0 = 563$, ceea ce înseamnă că pentru o deschidere uzuală a droselului, $x_0 = 0{,}05$ mm, rezultă $l = 28$ mm, valoare comparabilă cu construcțiile existente.

Primită la 1 februarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Merritt H. E., *Hydraulic Control Systems.* John Wiley & Sons, Inc., New York—London—Sydney, 1967.
2. Mitoșeriu C., *Teză de doctorat.* Inst. polit. București, 1973.
3. Blackburn J. F. et all., *Fluid Power Control.* Technology Press of MIT and Wiley, New York, 1960.
4. Condrea I. *Hidraulica mașinilor unelte.* Inst. polit. Iași, 1971.
5. Viersma T. J., Control Engineering, May 1962.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DES RÉGULATEURS DE VITESSE DANS LA COMMANDE HYDRAULIQUE

(Résumé)

On déduit une relation de calcul pour la tige de compensation des variations thermiques d'une valve régulateur de débit (vitesse).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621—5 ; 621.313

CONTRIBUȚII LA CALCULUL CUPLULUI MOTOR STABILIZAT AL UNOR MOTOARE ROTATIVE FUNCȚIONÎND CU ȘOCURI DE SARCINĂ PERIODICE

DE

GR. TAȘCĂ

0. Introducere. În unele sectoare din agricultură și zootehnie, ale căror procese de producție sînt electromecanizate, apare necesitatea studierii unor regimuri de lucru stabilizate, soluții particulare ale unor ecuații diferențiale liniare de ordinul I cu coeficienți constanți avînd în membrul drept o funcție periodică oarecare îndeplinind criteriul lui Dirichlet.

În această situație se recurge la dezvoltări în serie Fourier ale funcției de intrare $M_s(t) = f(t)$. Determinarea amplitudinilor și fazelor inițiale ale armonicelor sinusoidale componente, cît și folosirea lor într-un număr suficient obținerii unei precizii satisfăcătoare, implică însă dificultăți laborioase de calcul. De aceea se constată în ultimul timp un interes tot mai mai mare pentru dezvoltarea în serie Fourier cu utilizarea unor soluții concentrate cu un număr finit de termeni.

Astfel în [3] se prezintă o metodă de calcul al cuplului electromagnetic în regim stabilizat în cadrul sistemelor de acționare electrică cu motoare rotative și caracteristică mecanică liniară, cu moment total de inerție constant. Însă pentru un grafic de încărcare cu un număr de intervale mai mare ($q > 4$ — cazul graficelor obținute pe cale experimentală echivalente) calculele efectuate după metoda indicată în [3] sînt totuși laborioase și necesită un volum mare de lucru.

Pentru înlăturarea acestui neajuns în prezenta lucrare se descrie o nouă metodă de calcul al cuplului electromecanic în regim stabilizat, a valorii sale medii pătratice și a vitezei pe ciclu, în cazul sistemelor de acționare electrică cu motoare rotative și caracteristică mecanică liniară, cu moment total de inerție constant, ce acționează mașini de lucru cu aspect caracteristic sectoarelor agricol și zootehnic.

1. Stabilirea relațiilor de calcul al cuplului motor stabilizat al unor motoare rotative funcționînd cu șocuri de sarcină periodice. Se consideră cazul general al unui grafic de sarcină periodic la dreapta de perioadă T_c (fig. 1).

Cuplul eletromagnetic $M_m(t)$ dezvoltat de motor va fi determinat de ecuația diferențială

$$T_m \frac{dM_m(t)}{dt} + M_m(t) = M_s(t), \tag{1.1}$$

T_m fiind constanta electromecanică de timp a sistemului de acţionare [1], [2], [4], [5], [6] iar $T_m = J_{red}\,\Omega_0\,S_n/M_n$.

După cum se poate observa din grafic cuplul static rezistent $M_s(t)$ îndeplineşte condiţiile

$$M_s(t) = \begin{cases} M_s(t + qT_c), & q = 1, 2, 3, 4, \ldots \\ 0, & t < 0. \end{cases} \tag{1.2}$$

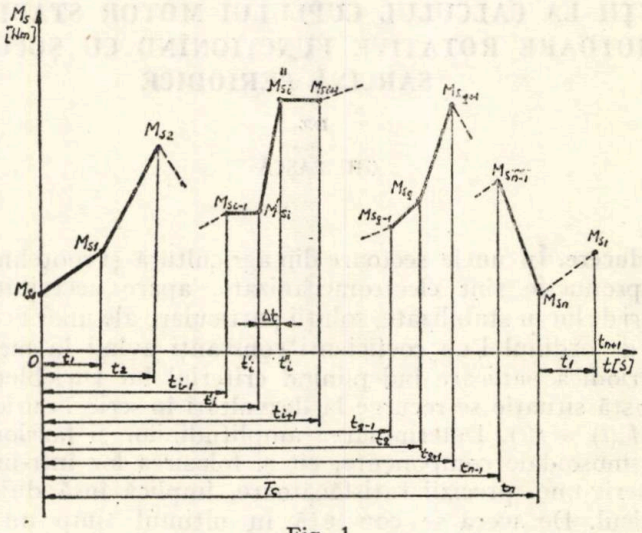


Fig. 1

Pentru intervalul $t \in [t_{q-1}, t_q]$ se poate scrie expresia

$$M_{sq}(t) = \frac{M_q - M_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}\,t + \frac{M_{q-1}\,t_q - M_q\,t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}, \tag{1.3}$$

care înlocuită în (1.1) conduce la ecuaţia cuplului motor

$$T_m \frac{dM_{mq}(t)}{dt} + M_{mq}(t) = \frac{M_q - M_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}\,t + \frac{M_{q-1}\,t_q - M_q\,t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}, \tag{1.4}$$

cu soluţia generală

$$M_{mq}(t) = C_q\,e^{-\frac{t}{T_m}} + A_q t + B_q. \tag{1.5}$$

După determinarea constantelor A_q şi B_q, forma generală a soluţiei ecuaţiei devine

$$M_{mq}(t) = C_q\,e^{-\frac{t}{T_m}} + \frac{M_q - M_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}\,t + \frac{M_{q-1}\,t_q - M_q\,t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}} - T_m\,\frac{M_q - M_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}. \tag{1.6}$$

Constantele C_q se determină punînd condiţia ca în momentele $t_0, t_1, \ldots, \ldots, t_1, \ldots, t_{q-1}, t_q, \ldots, t_{n-1}, t_n$, cuplul dezvoltat de motor, dat de ecuaţiile corespunzătoare a două intervale vecine, să fie acelaşi

$$M_m(t)^I|_{t=t_1} = M_m(t)^{II}|_{t=t_1}, \quad M_m(t)^{II}|_{t=t_2} = M_m(t)^{III}|_{t=t_2}, \ldots,$$
$$M_m(t)^{i-2}|_{t=t_{i-2}} = M_m(t)^{i-1}|_{t=t_{i-2}}, \ldots, M_m(t)^q|_{t=t_q} = M(t)_m{}^{q+1}|_{t=t_q}, \ldots,$$
(1.7)
$$M_m(t)^{n-2}|_{t=t_{n-1}} = M_m(t)^n|_{t=t_{n-1}}, \ldots, M_m(t)^n|_{t=t_n} = M_m(t)^{n+1}|_{t=t_n} =$$
$$= M_{m0}{}^I|_{t=t_0=0}.$$

Particularizînd (1.6) pentru condițiile (1.7) rezultă:

$$t = 0 \quad M_{m0} = C_1 - T_m \frac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1} + M_{s0};$$

$$t = t_1 \begin{cases} M_{m_1}(t) = C_1 e^{-\frac{t_1}{T_m}} + M_{s1} - T_m \dfrac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1}, \\ M_{m_1}(t) = C_2 e^{-\frac{t_1}{T_m}} + M_{s1} - T_m \dfrac{M_{s2} - M_{s1}}{t_2 - t_1}; \end{cases}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$t = t_i \begin{cases} M_{mi}(t) = C_i e^{-\frac{t_i}{T_m}} + M_{s-1}, \\ M_{mi}(t) = C_{i+1} e^{-\frac{t_i}{T_m}} + M_{s-1}; \end{cases}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

(1.8)

$$t = t_q \begin{cases} M_{mq}(t) = C_q e^{-\frac{t_q}{T_m}} + M_{sq} - T_m \dfrac{M_{sq} - M_{s(q-1)}}{t_q - t_{q-1}}, \\ M_{mq}(t) = C_{q+1} e^{-\frac{t_q}{T_m}} + M_{sq} - T_m \dfrac{M_{s(q+1)} - M_{sq}}{t_{q+1} - t_q}; \end{cases}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\begin{matrix} t = t_n \\ t = 0 \end{matrix} \begin{cases} M_{mn}(t) = C_n e^{-\frac{t_n}{T_m}} + M_{sn} - T_m \dfrac{M_{sn} - M_{s(n-1)}}{t_n - t_{n-1}}, \\ M_{mn}(t) = C_1 e^{-\frac{t_n}{T_m}} + M_{sn} - T_m \dfrac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1}; \end{cases}$$

$$M_{mn} = M_{m0} = C_n e^{-\frac{t_n}{T_m}} + M_{s0} - T_m \frac{M_{s0} - M_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}.$$

Din egalitatea relațiilor (1.8), pentru cele n intervale distincte, se obține sistemul de ecuații

$$C_1 - C_2 = T_m \left(\frac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1} - \frac{M_{s2} - M_{s1}}{t_2 - t_1} \right) e^{-\frac{t_1}{T_m}},$$

$$C_2 - C_3 = T_m \left(\frac{M_{s2} - M_{s1}}{t_2 - t_1} - \frac{M_{s3} - M_{s2}}{t_3 - t_2} \right) e^{-\frac{t_2}{T_m}},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$C_i - C_{i+1} = T_m\left(\frac{M_{s1}-M_{s(i-1)}}{t_i - t_{i-1}} - \frac{M_{s(i+1)}-M_{si}}{t_{i+1}-t_i}\right) e^{\frac{t_i}{T_m}},$$

(1.9)

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_q - C_{q+1} = T_m\left(\frac{M_{sq}-M_{s(q-1)}}{t_q - t_{q-1}} - \frac{M_{s(q+1)}-M_{sq}}{t_{q+1}-t_q}\right) e^{\frac{t_q}{T_m}},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_{n-1} - C_n = T_m\left(\frac{M_{s(n-1)}-M_{s(n-2)}}{t_{n-1} - t_{n-2}} - \frac{M_{sn}-M_{s(n-1)}}{t_n - t_{n-1}}\right) e^{\frac{t_{n-1}}{T_m}},$$

$$C_n - e^{\frac{t_n}{T_m}} = T_m\left(\frac{M_{sn}-M_{s(n-1)}}{t_n - t_{n-1}} - \frac{M_{s1}-M_{s0}}{t_1}\right) e^{\frac{t_n}{T_m}}.$$

Cu notaţiile

$$\frac{M_{s1}-M_{s0}}{t_1} - \frac{M_{s2}-M_{s1}}{t_2-t_1} = a_1, \quad \frac{M_{s2}-M_{s1}}{t_2-t_1} - \frac{M_{s3}-M_{s2}}{t_3-t_2} = a_2, \ldots,$$

$$\frac{M_{s(i+1)}-M_{s(i-1)}}{T_m} = a_i, \ldots; \quad \frac{M_{sq}-M_{s(q-1)}}{t_q - t_{q-1}} - \frac{M_{s(q+1)}-M_{sq}}{t_{q+1}-t_q} = a_q; \ldots$$

$$\frac{M_{sn}-M_{s(n-1)}}{t_n - t_{n-1}} - \frac{M_{s(n+1)}-M_{sn}}{t_{n+1}-t_n} = a_n$$

rezultă

$$C_1 = \frac{T_m}{1 - e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right),$$

$$C_2 = \frac{T_m}{1 - e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_i = \frac{T_m}{1 - e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_{i-1} e^{\frac{t_{i-1}+t_n}{T_m}} + a_i e^{\frac{t_i+t_n}{T_m}} + \ldots + \right.$$

(1.10)

$$\left. + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_q = \frac{T_m}{1 - e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_{q-1} e^{\frac{t_{q-1}+t_n}{T_m}} + a_q e^{\frac{t_{n-1}+t_n}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$C_n = \frac{T_m}{1 - e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_{n-1} e^{\frac{n-1t+t_n}{T_m}} + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right).$$

Avînd determinate constantele $C_1, \ldots, C_n$, relația (1.6) onduce la obținerea expresiei analitice a cuplului motor corespunzătoare momentelor $t_0, t_1, \ldots, t_n$ și intervalelor respective $[\iota \in (0, t_1), \quad t \in (t_1, t_2), \ldots, t \in (t_{q-1}, t_q), \ldots, t \in (t_{n-1}, t_n)]$:

$$M_{m0} = \frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) + M_{s0} - T_m \frac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1},$$

$$M_{m1}(t) = \frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) e^{-\frac{t}{T_m}} + \frac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1}(t - T_m) + M_{s0}, \quad t \in (0, t_1);$$

(1.11)

$$M_{m2}(t) = \frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) e^{\frac{t_n}{T_m}} + \frac{M_{s2} - M_{s1}}{t_2 - t}(t - T_m) + \frac{M_{s1} t_2 - M_{s2} t_1}{t_2 - t_1}, \quad t \in (t_1 t_2);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$M_{mi}(t) = \frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_i e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_{i-1} e^{\frac{t_{i-1}+t_n}{T_m}} + a_i e^{\frac{t_i}{T_m}} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) e^{-\frac{t}{T_m}} + M_{s\,(i-1)}, \quad t \in (t_{i-1}, t_i);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$M_{mq}(t) = \frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_{i+1} e^{\frac{t_{i+1}+t_n}{T_m}} + \ldots + a_{q-1} e^{\frac{t_{q-1}+t_n}{T_m}} + \right.$$

$$\left. + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) e^{-\frac{t}{T_m}} + \left(\frac{M_{sq} - M_{q(q-1)}}{t_q - t_{q-1}}\right)(t - T_m) +$$

$$+ \frac{M_{s(q-1)}\, t_q - M_{sq}\, t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}}, \quad t \in (t_{q-1}, t_q);$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$M_{mn}(t) = \frac{T_m}{1-e^{-\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a_i e^{\frac{t_i+t_n}{T_m}} + \ldots + a_q e^{\frac{t_q+t_n}{T_m}} + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + a_{n-1} e^{\frac{t_{n-1}+t_n}{T}} + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right) e^{-\frac{t}{T_m}} + \frac{M_{sn} - M_{s\,(n-1)}}{t_n - t_{n-1}}(t - T_m) +$$

$$+ \frac{M_{s(n-1)}t_n - M_{sn}t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}, \quad t \in (t_{n-1}, t_n).$$

În cazul graficelor de sarcină sau al intervalelor de încărcare de tipul $t \in [t_{i-1}, t_{i+1}]$ (fig. 2 *a*,), constanta C_q din relaţia (1.6) are forma

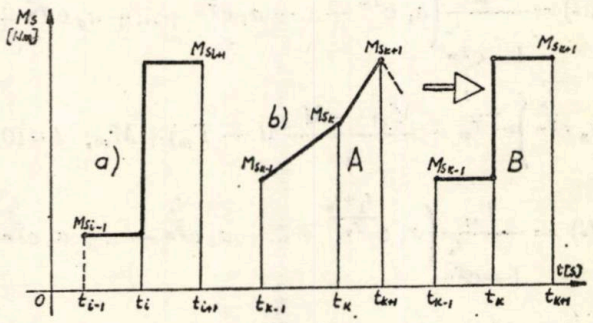


Fig. 2

$$C_q = \frac{T_m}{1-e^{-\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}} + \ldots + a'_i e^{\frac{t'_i+t_n}{T_m}} + a''_i e^{\frac{t''_i+t_n}{T_m}} + \ldots\right.$$

(1.12)

$$\left. \ldots + a_{q-1} e^{\frac{t_{q-1}+t_n}{T_m}} + a_q e^{\frac{t_q}{T_m}} + \ldots + a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right),$$

unde s-a notat

$$a'_i = \frac{M'_{si} - M_{s(i-1)}}{t'_i - t_{i-1}} - \frac{M''_{si} - M'_{si}}{t''_i - t_i} = 0 - \frac{M''_{si} - M'_{si}}{\Delta t},$$

(1.13)

$$a''_i = \frac{M''_{si} - M'_{si}}{t''_i - t'_i} - \frac{M_{s(i+1)} - M''_{si}}{t_{i+1} - t''_i} = \frac{M''_{si} - M'_{si}}{\Delta t} - 0.$$

Suma S din expresia lui C_q este

$$S = \frac{M''_{si} - M'_{si}}{\Delta t} e^{\frac{t_n}{T_m}} \frac{e^{\frac{t''_i}{T_m}} - e^{\frac{t'_i}{T_m}}}{\Delta t}; \tag{1.14}$$

prin trecere la limită

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{e^{\frac{t_i''}{T_m}}-e^{\frac{t_i'}{T_m}}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{e^{\frac{t_i'+\Delta t}{T_m}}-e^{\frac{t_i'}{T_m}}}{\Delta t}=\frac{1}{T_m}e^{\frac{t_i'}{T}}, \tag{1.15}$$

de unde rezultă că

$$S=\frac{M_{si}''-M_{si}'}{T_m}e^{\frac{t_i'+t_n}{T_m}}=\frac{M_{s(i+1)}-M_{s(i-1)}}{T_m}e^{\frac{t_i'+t_n}{T_m}}. \tag{1.16}$$

În concluzie, pentru intervalul $t\in[t_{i-1},t_i]$, expresia analitică a cuplului motor este

$$M_{mi}(t)=C_i e^{\frac{t}{T_m}}+M_{s(i-1)}, \tag{1.17}$$

în care

$$C_i=\frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}}+\ldots+a_{i-1}e^{\frac{t_{i-1}+t_n}{T_m}}+\right.$$
$$\left.+\frac{M_{s(i+1)}-M_{s(i-1)}}{T_m}e^{\frac{t_i}{T_m}}+a_{i+1}e^{\frac{t_{i+1}}{T_m}}+\ldots+a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right). \tag{1.18}$$

Avînd determinați, sub formă explicită, coeficienții a_i' și a_i'', constanta C_q din relațiile (1.6) și 1.12) este

$$C_q=\frac{T_m}{1-e^{\frac{t_n}{T_m}}}\left(a_1 e^{\frac{t_1+t_n}{T_m}}+\ldots+a_{i-1}e^{\frac{t_{i-1}+t_n}{T_m}}+\frac{M_{s(i+1)}-M_{s(i-1)}}{T_m}e^{\frac{t_i+t_n}{T_m}}+\right.$$
$$\left.+a_{i+1}e^{\frac{t_{i+1}+t_n}{T_m}}+\ldots+a_{q-1}e^{\frac{t_{q-1}+t_n}{T_m}}+a_q e^{\frac{t_q}{T_m}}+\ldots+a_{n-1}e^{\frac{t_{n-1}+t_n}{T_m}}+a_n e^{\frac{t_n}{T_m}}\right). \tag{1.19}$$

Se poate conchide că transformarea graficelor de tip A în tip B conduce la următoare modificare a coeficientului a_k din expresia lui C_q (fig. 2 *b*):

$$a_{k[A]}=\frac{M_{sk}-M_{s(k-1)}}{t_k-t_{k-1}}-\frac{M_{s(k+1)}-M_{sk}}{t_{k+1}-t_k},\quad a_{k[B]}=\frac{M_{s(k+1)}-M_{s(k-1)}}{T_m}. \tag{1.20}$$

Conform condițiilor (1.7), valoarea finală a cuplului motor $M_{mn}(t)$ trebuie să fie egală cu cea inițială M_{mn0}, de la începutul ciclului.Se obține astfel

$$M_{m0}=N_{mn}(t)=-\frac{T_m}{1-e}a_n\left(1-e^{\frac{t_n}{T_m}}\right)+M_{s0}-T_m\frac{M_{s1}-M_{s0}}{t_1}-$$
$$-[(M_{sn}-M_{s(n-1)})(t-T_m)+M_{s(n-1)}t_n-M_{sn}t_{n-1}], \tag{1.21}$$

cu

$$a_n = \frac{M_{sn} - M_{s(n-1)}}{t_n - t_{n-1}} - \frac{M_{s(n+1)} - M_{sn}}{t_{n+1} - t_n},$$

$$M_{sn} = M_{s0}, \quad M_{s(n+1)} = M_{s1}, \quad t_{n+1} = t_n + t_1,$$

care dă în cele din urmă

$$M_{m0} = M_{mn}. \tag{1.22}$$

Dacă în relaţiile (1.10), (1.11) se mai fac notaţiile

$$D_q = \frac{M_{sq} - M_{s(q-1)}}{t_q - t_{q-1}}, \quad E_q = \frac{M_{s(q-1)}\, t_q - M_{sq}\, t_{q-1}}{t_q - t_{q-1}},$$

$$D_0 = -T_m \frac{M_{s1} - M_{s0}}{t_1}, \quad E_0 = M_{s0i}, \quad E_i = M_{s(i-1)},$$

se obţine următoarea expresie pentru curba cuplului motor

$$M_m(t) = \begin{cases} M_{m0} = C_1 - D_0 + E_0, & t = t_0 = 0; \\ M_{m1}(t) = C_1 e^{-\frac{t}{T_m}} + D_1(t - T_m) + E_1, & t \in [0, t_1]; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ M_{mi}(t) = C_i e^{-\frac{t}{T_m}} + E_i, & t \in [t_{i-1}, t_i]; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ M_{mq}(t) = C_q e^{-\frac{t}{T_m}} + D_q(t - T_m) + E_q, & t \in [t_{q-1}, t_q]; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ M_{m(n-1)}(t) = C_{n-1} e^{-\frac{t}{T_m}} + D_{n-1}(t - T_m) + E_{n-1}, & t \in [t_{n-2}, t_{n-1}]; \\ M_{mn}(t) = C_n e^{-\frac{t}{T_m}} + D_n(t - T_m) + E_n, & t \in [t_{n-1}, t_n], \end{cases} \tag{1.23}$$

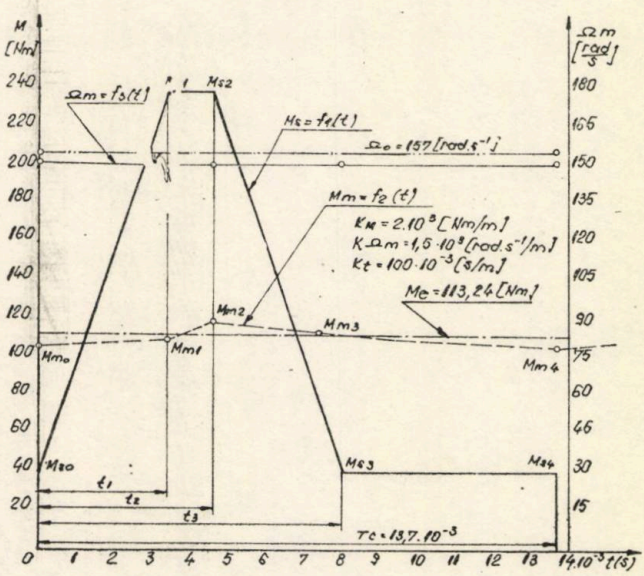
în care $C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_q, \dots, C_n$; $D_0\, D_1, \dots, D_i, \dots, D_q, \dots, D_n$; $E_0, E_1, \dots, E_i, \dots, \dots, E_q, \dots, E_{n-1}, E_n$, sînt mărimi scalare finite, pozitive sau negative. Avînd determinate aceste mărimi graficul cuplului electromagnetic al motorului electric de acţionare este complet determinat.

Din analiza expresiei analitice a cuplului motor (1.23) se poate conchide că forma exponenţială obţinută prezintă avantajul unui calcul expeditiv şi înlătură totodată caracterul laborios şi incert privind construirea curbei cuplului motor şi verificarea datelor iniţiale ale acţionării electrice.

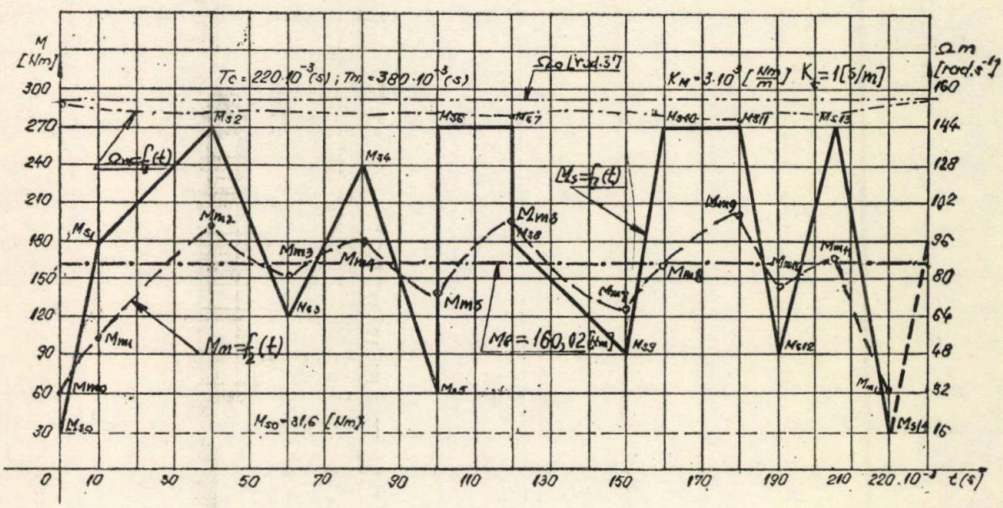
2. Calculul valorii medii pătratice pe ciclu a cuplului electromagnetic. Cuplul echivalent, calculat ca radical al valorii medii pătratice pe ciclu, se determină cu relaţia [1]...[3]

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{T_c} \sum_1^m \int_{t_{q-1}}^{t_q} M_{mq}^2(t)\, dt} = \sqrt{\frac{1}{T_c} \sum_1^n I_q}, \tag{2.1}$$

unde

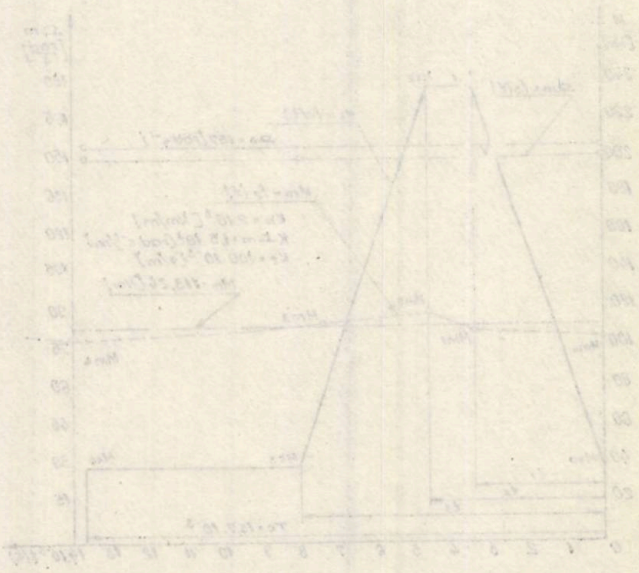

M [Nm]
Ωm [rad/s]
Ωm = f3(t)
Mc = f4(t)
Ω0 = 157 [rad.s⁻¹]
Mm = f2(t)
KM = 2.10³ [Nm/m]
KΩm = 1,5·10³ [rad.s⁻¹/m]
Kt = 100·10⁻³ [s/m]
Mc = 113,24 [Nm]
Mm0
Mm1
Mm2
Mm3
Mm4
Ms1
Ms2
Ms3
Ms4
t1
t2
t3
Tc = 13,7.10⁻³
t(s)

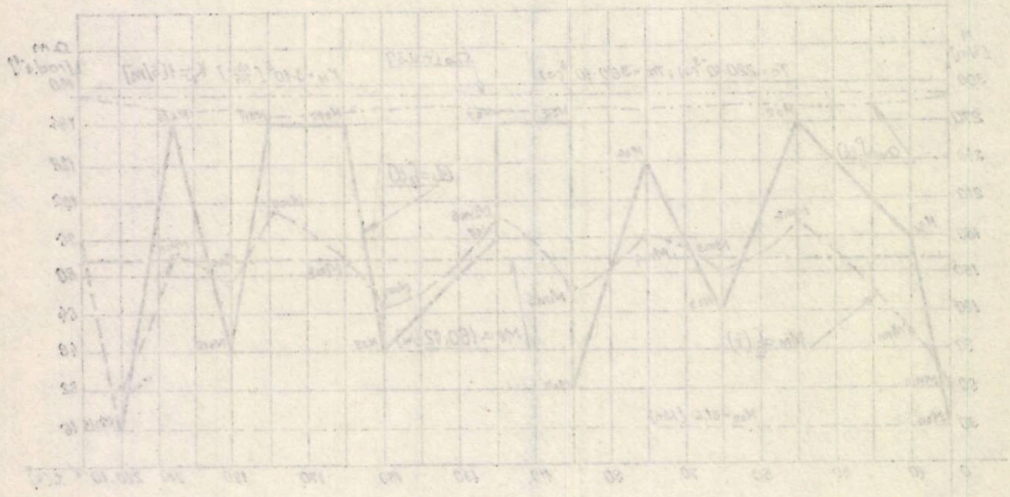
a


M [Nm]
Ωm [rad.s⁻¹]
Tc = 220·10⁻³ (s) ; Tm = 380·10⁻³ (s)
Ω0 [rad.s⁻¹]
KM = 3.10³ [Nm/m] Kt = 1 [s/m]
Ms = f1(t)
Ωm = f3(t)
Mm = f2(t)
Mc = 160,02 [Nm]
Ms1
Ms2
Ms3
Ms4
Ms5
Ms6
Ms7
Ms8
Ms9
Ms10
Ms11
Ms12
Ms13
Ms14
Ms15
Ms16
Mm0
Mm1
Mm2
Mm3
Mm4
Mm5
Mm6
Mm7
Mm8
Mm9
Mm10
Mm11
Mm12
Ms0 = 31,6 [Nm]
t(s)

b

Fig. 3





$$M_{mq}(t) = C_q e^{-\frac{t}{T_m}} + D_q(t - T_m) + E_q$$

este cuplul electromagnetic în regim stabilizat în intervalul $t \in [t_{q-1}, t_q]$ exprimat în primul ciclu, cu originea de timp neschimbată.

Efectuarea calculelor arată că integrala

$$I_q = \int_{t_{q-1}}^{t_q} M_{mq}^2(t)\, dt, \quad \text{are forma} \quad I_q = \alpha + \beta + \gamma,$$

unde

$$\alpha = \frac{1}{2} C_q^2 \left(e^{-\frac{2t_q}{T_m}} - e^{-\frac{2t_{q-1}}{T_m}} \right) - \left(C_q e^{-\frac{t_q}{T_m}} + M_{sq} \right)^2 + \left(C_q e^{-\frac{t_{q-1}}{T_m}} + M_{s(q-1)} \right)^2 T_m,$$

$$\beta = \frac{1}{3} (M_{sq}^2 + M_{sq(-1)}^2 + M_{sq} M_{s(q-1)}) (t_q - t_{q-1}) = M_{eq}^2 (t_q - t_{q-1}), \tag{2.2}$$

$$\gamma = \frac{M_{sq} - M_{s(q-1)}}{t_q - t_{q-1}} T_m^2 - \frac{t_q t_{q-1}}{3}.$$

Dacă porțiunile de curbe exponențiale, din diagrama cuplului motor, se înlocuiesc prin linii drepte, procedeu des utilizat în practica proiectării acționărilor electrice, paranteza $\frac{1}{3} (M_{sq}^2 + M_{s(q-1)}^2 + M_{sq} M_{s(q-1)}) = M_{eq}^2$ reprezintă cuplul mediu echivalent corespunzător intervalului $[t_{q-1}, t_q]$ și care poate fi aplicat pentru fiecare interval de încărcare și de pauză. În această ipoteză cuplul echivalent rezultant, pe ciclu, poate fi calculat cu relația

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{\sum_1^n (t_q - t_{q-1})} \sum_1^n M_{eq}^2 (t_q - t_{q-1})} = \sqrt{\frac{\sum_1^n M_{eq}^2 (t_q - t_{q-1})}{T_c}}. \tag{2.3}$$

3. Stabilirea expresiei analitice a vitezei motorului electric de acționare. Avînd în vedere scopul lucrării și ținînd seama de proporționalitatea dintre cuplurile și alunecările unui motor asincron trifazat, precum și de definiția alunecării [1], [2], legea de variație a vitezei motorului electric de acționare, pe durata unui ciclu de funcționare, se poate scrie

$$\begin{cases} \dfrac{M_N}{s_N} = \dfrac{M(t)}{s(t)} = \dfrac{M_m(t)}{s_r(t)}, \\ s = \dfrac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega}. \end{cases} \tag{3.1}$$

din care rezultă

$$\Omega_m(t) = \Omega_0 - K_M M_m(t), \tag{3.2}$$

unde $K_M = \Omega_0 s_N / M_N$, cu $\Omega_m(t)$ și $M_m(t)$ respectiv viteza și cuplul motorului electric de acționare.

Conform cu relațiile (1.6), (1.23), pentru un interval arbitrar $t \in [t_{q-1}, t_q]$, (3.1) devine

$$\Omega_{mq}(t) = \Omega_0 - K_M[C_q e^{-\frac{t}{T_m}} + D_q(t - T_m) + E_q]. \tag{3.3}$$

Aplicație numerică. În fig. 3*a*, *b* se prezintă rezultatele aplicării metodei de calcul propusă pentru cazul unui grafic de încărcare, corespunzător duratei ciclului de funcționare, stabilit după [5], [6],cu parametrii înscriși pe grafice. Cu relațiile (1.23), (2.3) și (3.3) s-au obținut $M_{mq}(t)$, M_e și $\Omega_{mq}(t)$.

4. Concluzii. 1. Forma exponențioală obținută pentru relațiile de calculul al mărimilor $M_m(t)$, M_e, $\Omega_m(t)$ prezintă avantajul unui calcul expeditiv și înlătură caracterul laborios și incert privind determinarea și verificarea parametrilor acționării, chiar și în cazul unui grafic de încărcare de formă generală.

2. Pentru operativitate și precizie ridicată, calculele pot fi efectuate cu un calculator electronic.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizări electrice

Primită la 20 ianuarie 1980

BIBLIOGRAFIE

1. Boțan N. V., *Bazele calculului acționărilor electrice.* Ed. tehn., Buc., 1970.
2. Brașovan M., Saracin E., *Metode noi de proiectare a acționărilor electrice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1968.
3. Saal C., Sisak Fr., *Cu privire la calculul cuplului electromagnetic stabilizat al unor motoare, funcționînd cu sarcini periodice.* Colocviul Național al acționărilor electrice, Iași, 21—23 decembrie 1972,
4. Tașcă Gr., *Asupra determinării puterii motorului electric de acționare a presei mecanice PMT—5 de balotat paie și fîn.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, 3—4, s. IV, 144—155 (1972).
5. Tașcă Gr., *Studiul acționărilor electrice a tocătorilor cu rotorul tip tobă, pentru tocat furaje.* Colocviul Național al acționărilor electrice, Iași, 21—23 decembrie 1972.
6. Tașcă Gr., *Cercetări privind acționarea electrică a utililajelor pentru măcinat nutrețuri.* Contract de cercetare nr. *10223*/1977—1978, Tema *R—74*, încheiat cu I.C.M.A. București.

CONTRIBUTIONS À LÉTUDE DU COUPLE MOTEUR STABILISÉ DES MOTEURS ROTATIFS SOUMIS À DES CHOCS PÉRIODIQUES DE CHARGE

(Résumé)

On présente une méthode de calcul du couple électromagnétique en régime stabilisé, de sa valeur moyenne quadratique et de la vitesse par cicle, pour les moteurs rotatifs à caractéristique mécanique linéaire, utilisés pour actionner les machines utilisées dans les secteurs agricole et zootechnique.

1961 MAR 11

40822

F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 3 — 4

Secția IV

MECANICĂ TEHNICĂ

1980

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITATEA TEHNICĂ GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI 1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 3—4

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

1980

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. **VAL. BLIDARU**
Prof. dr. doc. **N.V. BOȚAN**
Prof. dr. ing. **M. GAFIȚANU** (președinte)
Prof. dr. **P. MĂLCOMETE**
Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
Prof. dr. ing. **T. SILION**
Acad. prof. dr. doc. **CR. SIMIONESCU**
Prof. dr. ing. **I. VLAD**

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Conf. dr. ing. **PAUL MATEI**
Prof. dr. ing. **DAVID PERETZ**
Prof. dr. ing. **C. PICOȘ**

REDACȚIA

Prof. dr. doc. **D. MANGERON**
(redactor responsabil)
Prof. dr. doc. ing. **ALFRED BRAIER**
(secretar)
Asist. ing. **ANETA BRAIER**
(redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVI (XXX), Fasc. 3—4 1980

Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

O. BOTTEMA (Olanda), Asupra unei mişcări plane cu pol staţionar (engl., rez. rom.) 7

ELISABETA RUSU şi AURORA CRĂCIUNAŞ, Problemă de dinamică pentru un semispaţiu elastic în teoria generalizată a termoelasticităţii liniare (franc., rez. rom.) 13

SILVIA G. NEAGU, O teorie generalizată a termoelasticităţii cu microstructură (engl., rez.rom.) 19

C. ACKER, Aspecte geometrico-cinematice legate de motorul liniar cu piston şi un arbore cotit pentru acest motor (rom., rez. franc.) 25

M. PLAN, S. BURNEL şi JM. THOMAS (Franţa), Evoluţia longitudinală a modulaţiilor de viteză şi de presiune a unei curgeri pulsate (franc., rez. rom.) 31

ILIE I. RUSU, Instalaţie pentru studiul unor fenomene la vibraţia corpurilor în lichid (rom., rez. germ.) 41

EMANOIL BÂRSAN şi CĂLIN IGNAT, Influenţa turbulenţei şi vitezei curentului de apă asupra sedimentării suspensiilor într-o instalaţie de decantare (rom., rez. engl.) 47

V. MERTICARU şi V. ATANASIU, Mecanisme cu roţi dinţate cilindrice cu număr mic de dinţi şi profil în evolventă (engl., rez. rom.) 53

CEZAR DUCA şi ADRIAN POPOVICI, Determinarea optimă, pe cale numerică, a razei minime a camei în cazul mecanismelor prevăzute cu tachet de translaţie şi talpă (rom., rez. engl.) 63

SPIRIDON S. CREŢU, Analiza încercărilor de oboseală de contact cu rostogolire prin metoda verosimilităţii maxime (engl., rez. rom.) 69

CAROL SAAL, VIRGIL OLARIU şi AUREL FRATU, Comportarea dinamică a sistemelor de acţionare electrică cu motor de curent continuu şi cuplaj elastic liniar (engl., rez. rom.) 77

I. CRUDU, V. NECULĂIASA, V. CRĂCIUN şi I. ŞTEFĂNESCU, Cercetări privind influenţa procesului de măcinare a bisulfurii de molibden indigene asupra durabilităţii peliculelor de ungere (rom., rez. engl.) 83

N. GOJINEŢCHI şi N. GHERGHEL, Consideraţiuni şi probleme metodice privind concepţia şi proiectarea dispozitivelor speciale de prindere în construcţia de maşini. (I) Consideraţii generale. Soluţia de ansamblu (rom., rez. germ.) 89

D. ZETU, C. CHIRIŢĂ, M. MIHAILIDE şi D. VEISA, Concepţia şi proiectarea unei maşini de ascuţit freze Romascon de dimensiuni mari (rom., rez. germ.) 97

GR. TAŞCĂ, Contribuţii la calculul puterii necesare proceselor de măcinare a furajelor (engl., rez. rom.) 101

RECENZII 109

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVI (XXX), Fasc. 3—4 **1980**

Section IV

APPLIED MECHANICS

CONTENTS

	Pp.
O. BOTTEMA (Holland), A Plane Motion with a Stationary Pole (English, Romanian summary)	7
ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAȘ, Un problème de dynamique pour le demi-espace dans la théorie généralisée de la thermoélasticité linéaire (French, Romanian summary)	13
SILVIA G. NEAGU, A Generalized Theory of Microstructure in Linear Thermoelasticity (English, Romanian summary)	19
C. ACKER, Sur le vilebrequin d'un moteur Balandin (Romanian, French summary)	25
M. PLAN, S. BURNEL et JM. THOMAS (France), Évolution longitudinale des modulations de vitesse et de pression statique d'un écoulement pulsé (French, Romanian summary)	31
ILIE I. RUSU, Anlage für das Studium einigen Erscheinungen bei Schwingung den Körpern in Flüssigkeit (Romanian, German summary)	41
EMANOIL BÂRSAN and CĂLIN IGNAT, The Turbulence Influence and the Overflow Rate of the Tank upon the Sedimentation of Suspensions in a Settling Plant (Romanian, English summary)	47
V. MERTICARU and V. ATANASIU, Mechanisms with Cylindrical Gear Wheels with Small Number of Teeth and Involute Profile (English, Romanian summary)	53
CEZAR DUCA and ADRIAN POPOVICI, Numerical Optimum Determination of the Minimum Radius of Cam Translating Flat-Faced Follower (Romanian, English summary)	63
SPIRIDON S. CREȚU, The Analysis of Rolling Contact Fatigue Tests by Maximum Likelihood Method (English, Romanian summary)	69
CAROL SAAL, VIRGIL OLARIU and AUREL FRATU, Dynamic Behavior of the Electric Drive Sistems with D.C. Motor and Elastic Linear Coupling (English, Romanian summary)	77
I. CRUDU, V. NECULĂIASA, V. CRĂCIUN and I. ȘTEFĂNESCU, Researches Regarding the Influence of Grinding Process of Molybdenum Disulphide on the Durability of Solid Film Lubricants (Romanian,English summary)	83
N. GOJINEȚCHI und N. GHERGHEL, Betrachtungen und methodischen Fragen über den Entwurf der Speziellspannvorrichtungen für die Maschinenkonstruktion (I) (Romanian, German summary)	89
D. ZETU, C. CHIRIȚĂ, M. MIHAILIDE und D. VEISA, Die Entwicklung einer Schleifmaschine für das ununterbrochene Schärfen der Romasconfräser mit Grossdiameter (Romanian, German summary)	97
GR. TAȘCĂ, Contributions to the Calculation of the Power Required by the Process of Fodders Grinding (English, Romanian summary)	101
BOOK REVIEWS	109

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXVI (XXX), Вып. 3—4 1980

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

О. БОТТЕМА (Голландия), Плоское движение со стационарным полюсом (англ., рез. рум.) 7

ЭЛИСАБЕТА РУСУ и АУРОРА КРЭЧЮНАШ, Об одном вопросе динамики для эластичного полу-пространства в обобщеннои теории линеинои термоупругости (франц., рез. рум.) 13

СИЛВИА Г. НЯГУ, Обобщенная теория термоупругости с микроструктурои (англ., рез. рум.) 19

К. АККЕР, О некотором механизме Леонардо да Винчи С.С. Баландин (рум., рез. франц.) 25

М. ПЛАН, С. БУРНЕЛ и ЖМ. ТОМАС (Франция), Продольная эволюция модуляций скорости и статического давления пульсирующей течи (франц., рез рум.) 31

ИЛИЕ И. РУСУ, Установка для исследования некоторых явлениям при колебание телам в жидкости (рум., рез. нем.) 41

ЭМАНОИЛ БЫРСАН и КЭЛИН ИГНАТ, Влиание мудности и скорости воды на осодок в отставанием установке (рум., рез. англ.) . . . 47

В. МЕРТИКАРУ и В. АТАНАСЮ, Эубчатые механизмы с цилиндрическим колес с маленким число зубьев и эвольвентным профилем (англ., рез. рум.) 53

ЧЕЗАР ДУКА и АДРИАН ПОПОВИЧ, Оптимальное вычислительно определение минимального радиуса кулачков с поступательно движущимся толкателем с плоскостью (рум., рез англ.) 63

СПИРИДОН С. КРЕЦУ, Анализ испытании износа при контакте с качением методом максималнои правдоподробностеи (англ., рез. рум.) 69

КАРОЛ СААЛ, ВИРДЖИЛ ОЛАРИУ и АУРЕЛ ФРАТУ, Диамическое поведение систем электрических приводов с двитателем постоянного тока и упругим линеиным соединением (англ., рез. рум.) . . . 77

И. КРУДУ, В. НЕКУЛЭИАСА, В. КРЭЧЮН и И. ШТЕФЭНЕСКУ, Исследование вляния процесса дробления MoS_2 в долговечьности смазочных плёнок (рум., рез. англ.) 83

Н. ГОЖИНЕЦКИ и Н. ГЕРГЕЛ, Виды и методические проблемы проектирование приспособлений в машиносгроении (I) (рум., рез. нем.) 89

Д. ЗЕТУ, К. КИРИЦЭ, М. МИХАИЛИДЕ и Д. ВЕИСА, Проектирование точильнои машины для фрезы типа РОМАСКОН с болших размеров (рум., рез. нем.) 97

ГР. ТАШКЭ, Вклад в расчёт мощности необходимой для измельчения кормов (англ., рез. рум.) 101

РЕЦЕНЗИИ 109

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 531.1

A PLANE MOTION WITH A STATIONARY POLE

BY

O. BOTTEMA

1. A point A moves along an X-axis ; let its position at the moment t be given by $x=a+a_1t+\frac{1}{2}a_2t^2+\ldots$. Suppose that it arrives for $t=0$ at the origin O with velocity $v=0$. Then $a_0=a_1=0$ and we have $v=a_2t+\frac{1}{2}a_3t^2+\ldots$. In the „general" case a_2 will be unequal to zero, $a_2>0$ say ; then for small values of $|t|$ we have $v<0$ for $t<0$ and $v>0$ for $t>0$, which means that O is a *point of return* for A. In the „special" case $a_2=0$ (and $a_3\neq 0$) A passes through O, continuing his way along the path.

If a plane u moves with respect to a coinciding plane U (the motion not being a translation) there is at each moment a finite point P, the *pole*, with velocity zero. As a rule theoretical plane kinematics considers only the general case, which implies that the path of the point of u coinciding with P has a *cusp*. The less interesting special case has in good reason not received much attention. It is mentioned f.i. by V e l d k a m p [1], who calls it a R-position of the moving plane. In this Note we make some remarks on the special case.

2. Let oxy and OXY be cartesian frames in u and U respectively. If we are only interested in the geometric properties of the motion we may choose the rotation angle φ as its parameter. Then the motion is given by

$$X=x\cos\varphi-y\sin\varphi+a(\varphi),\qquad Y=x\sin\varphi+y\cos\varphi+b(\varphi). \tag{2.1}$$

If $f(\varphi)$ is a function of φ, we denote $\mathrm{d}^nf/\mathrm{d}\varphi^n$ for $\varphi=0$ by f_n. Let the two frames coincide for $\varphi=0$, then $a_0=b_0=0$. The pole in u follows from $\dot{X}=\dot{Y}=0$ and is seen to be

$$x_P=\dot{a}\sin\varphi-\dot{b}\cos\varphi,\quad y_P=\dot{a}\cos\varphi+\dot{b}\sin\varphi. \tag{2.2}$$

In U it is, in view of (2.1) :

$$X_P=a-\dot{b},\quad Y_P=\dot{a}+b. \tag{2.3}$$

For variable φ the formulas (2.2) and (2.3) represent the centroides P_m and P_f in u and U respectively. If we take the common origin of the frames for $\varphi=0$ at the pole we have a_1 and $b_1=0$. The pole tangent P of P_m at $\varphi=0$ is $x:y=-b_2:a_2$ and it coincides with that of P_f. In the general case

a_2 and b_2 are not both zero; we can take then the x- and the X-axis along P which implies $a_2=0$, but b_2 *is unequal to zero.* (The orientation of P can moreover be choosen such that $b_2>0$). The so called *canonic frames* are now completely defined and we have

$$(2.4)\qquad \begin{aligned} &X_0=x, \quad X_1=-y, \quad X_2=-x, \quad X_3=y+a_3,\ldots,\\ &Y_0=y, \quad Y_1=x, \quad Y_2=-y+b_2, \quad Y_3=-x+b_3,\ldots . \end{aligned}$$

The instantaneous properties of the motion follow from this scheme. From (2.2) and (2.3) we obtain for the pole velocity w (in both planes) : $-b_2$. More general we have

$$(2.5)\qquad x_P=-b_2\varphi-\tfrac{1}{2}b_3\varphi^2+\ldots, \quad y_P=\tfrac{1}{2}(a_3+2b_2)\varphi^2+\ldots,$$

$$(2.6)\qquad X_P=-b_2\varphi-\tfrac{1}{2}b_3\varphi^2+\ldots, \quad Y_P=\tfrac{1}{2}(a_3+b_2)\varphi^2\ldots .$$

If $A(x, y)$ is a point of u distinct from o, the centre M of curvature of its path $C(x, y)$ for the zero position is given by

$$(2.7)\qquad X_M=-b_2\frac{xy}{x^2+y^2-b_2y}, \quad Y_M=-b_2\frac{y^2}{x+y-b_2y},$$

from which it follows that the locus of points with zero curvature is given by $x^2+y^2-b_2y=0$, the equation of the *inflection circle*, with diameter b_2.

The locus of the points with stationary curvature is obtained from

$$(2.8)\qquad (X_1^2+Y_1^2)(X_1Y_3-X_3Y_1)-3(X_1Y_2-X_2Y_1)(X_1X_2+Y_1Y_2)=0\ ;$$

which is, after substitution of (2.4), seen to be a cubic curve in u, the *circling point curve.*

From (2.4) it follows that the path $C(0,0)$ of the origin O is given by

$$(2.9)\qquad X=\tfrac{1}{6}a_3\varphi^3+\ldots, \quad Y=\tfrac{1}{2}b_2\varphi^2+\tfrac{1}{6}b_3\varphi^3+\ldots,$$

which shows that it has a *cusp* at O, the cuspidal tangent being the Y-axis.

In this section we have given a summary of instaneous plan kinematics up to the third order in the general case [2]...[4].

3. We consider now the special case. R-positions are characterized by $a_2=b_2=0$; we suppose that a_3 and b_3 are not both zero. A first consequence is $w=0$, which means that the pole itself (and not only the point of u coinciding with it) is instantaneously at rest ; the motion has in the zero position a *stationary pole.* From (2.5) and (2.6) we obtain

$$(3.1)\qquad x_P=-\tfrac{1}{2}b\varphi^2+\ldots, \quad y_P=\tfrac{1}{2}a_3\varphi^2+\ldots,$$

$$(3.2)\qquad X_P=-\tfrac{1}{2}b_3\varphi^2+\ldots, \quad Y_P=\tfrac{1}{2}a_3\varphi^2+\ldots,$$

which implies that *both centrodes have a cusp for* $\varphi=0$; their common cuspidal tangent is $X : Y=-b_3 : a_3$. The canonical frame can now be determined such that OX coincides with the cuspidal tangent ; hence $a_3=0$ (and $b_3>0$). Instead of (2.4) we obtain the scheme

$$(3.3)\qquad \begin{aligned} &X_0=x, \quad X_1=-y, \quad X_2=-x, \quad X_3=y, \quad X_4=x+a_4,\ldots,\\ &Y_0=y, \quad Y_1=x, \quad Y_2=-y, \quad Y_3=-x+b_3, \quad Y_4=y+b_4,\ldots \end{aligned}$$

Curvature theory is now simple : as seem from (2.7) for each point A of u, different from o, the *centre of curvature M coincides with the pole*. Furthermore the inflection circle has radius zero.

The path of the origin o is given by

$$(3.4) \qquad X=\frac{1}{4!}a_4\varphi^4+\ldots, \qquad Y=\frac{1}{3!}b_3\varphi^3+\frac{1}{4!}b_4\varphi^4\ldots.$$

Hence O is an *undulation point* of the path : the Y-axis has (for $a_4\neq 0$) four points O in common with the curve (o is Ball's point of the R-position). The point o is at rest for $\varphi=0$ but continues its *upurrol motion*. The equation (2.8) reduces to

$$(3.5) \qquad y(x^2+y^2)=0.$$

Hence the *circling point curve c is degenerate* and its real points are only those of the x-axis.

Our examples show that the instantaneous properties of low order are rather trivial at a R-position.

4. R-positions do not occur for the classical plane motions, such as the four-bar motion (with its many specialisations) and the cycloidal motions. We give here an example of a continuous motion with a stationnary pole.

Let the path of the origin o of u be a straight line and take it as the Y-axis in U. Then we have in (2.1) $a=0$. We have a R-position for $\varphi=0$ if $b_0=b_1=b_2=0$. An example would be $b=p\varphi^3$, but then the paths would be in general transcendental curves. Hence let us consider the motion

$$(4.1) \qquad X=x\cos\varphi-y\sin\varphi, \qquad Y=x\sin\varphi+y\cos\varphi+p\tan^3\frac{\varphi}{2}\ ,\ldots,$$

p being a positive constant. Obviously $\varphi=0$ is a R-position. If $\tan(\varphi/2)=t$ and if we make use of homogeneous cartesian coordinates we obtain

$$(4.2) \qquad X=(1-t^2)x-2ty, \quad Y=2tx+(1-t^2)y+pt^3(1+t^2)z, \quad Z=(1+t^2)z.$$

Accepting t as parameter the origin in u moves for $-\infty<t<\infty$ along the Y-axis with velocity $3pt^2$, always in the positive direction, with an instantaneous rest for $t=0$, at O. The *path* $C(x, y)$ of an arbitrary point (x, y) is a *rational curve of order five*. Its intersections with the line $Z=0$ at infinity follow from $t=\pm i$ and from $t=\infty$ (three times) ; hence $C(x, y)$ passes through the isotropic points $(1 ; \pm i, 0)$—it is a *circular curve*—and through $S=(0,1,0)$ the point at infinity of the Y-axis. The line l with equation $X=kZ$, parallel to OY, intersects $C(x, y)$ at five points given by $(x+kz)t+2ty-(x-kz)=0$, with three roots $t=\infty$ for all values of k. Hence S is a *threefold point of any path*. There is a fourth root $t=\infty$ if, and only if, $k=-x/z$; this means that $zX=-xZ$ *is the only asymptote of* $C(x, y)$ parallel to OY. (This implies that S is a higher singularity of $C(x, y)$: it is not only a three-fold point, the three tangents at S coincide). The two finit intersections of l and $C(x, y)$ are real if $y^2+x^2-k^2z^2\geqslant 0$, that is if $-R\leqslant k\leqslant R$, where R is the distance oA, with $R^2=x^2+y^2$. Hence the curve $C(x, y)$ lies in the strip in U determined by $-R\leqslant X\leqslant R$; for $t=-y/(x\pm R)$ we have the tangent points $S_1=\{R, -py^3/(x+R)^3\}$ and $S_2=\{-R, py^3/(x-R)^3\}$. These results can also be found by a geometric argumentation. For $t=0$ we have $X=x$, $Y=y$; the path $C(x, y)$ is generated if the moving point $A(x, y)$ is rotated about O

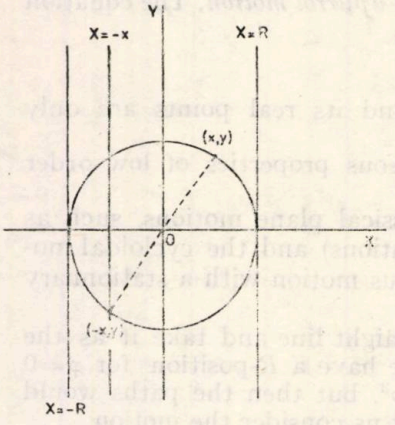


Fig. 1

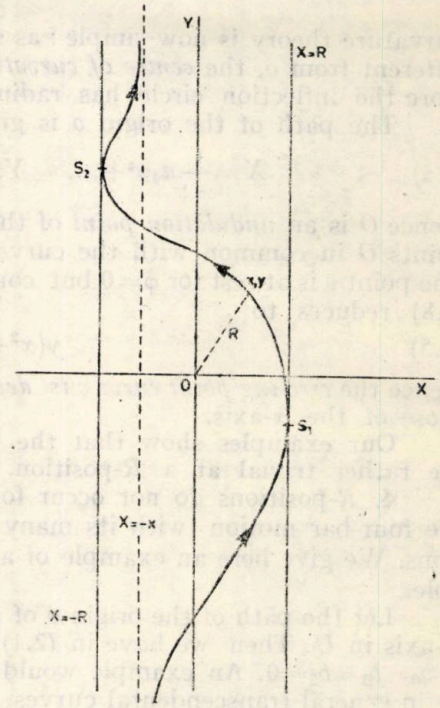
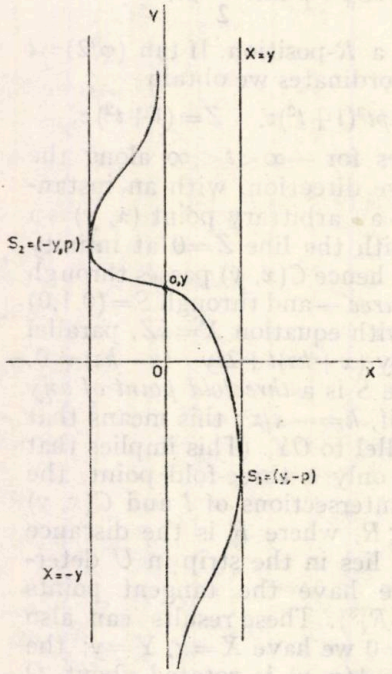


Fig. 2



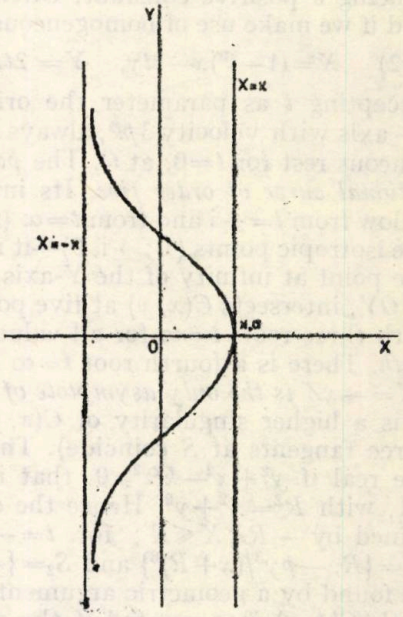


Fig. 3

with angle φ $(0<\varphi<2\pi)$ and translated in the Y-direction with distance $p\tan^3\frac{1}{2}\varphi$ (Fig. 1). This implies that $C(x, y)$ is in the strip $X=\pm R$; for $\varphi=\pi$ we have $X=-x$ and $Y\to\infty$. In Fig. 2 the path $C(x, y)$ has been sketched for $x>0$, $y>0$ and y relatively small with respect to p; Fig. 3*a* and 3*b* deal with $x=0$, $y>0$ and $x>0$, $y=0$ respectively.

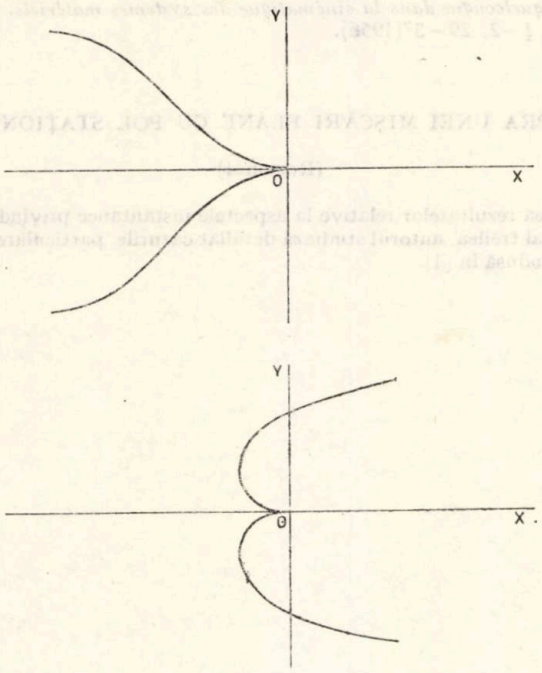


Fig. 4

From $a=0$, $b=p\tan^3\frac{1}{2}\varphi$, $b=\frac{3}{2}p\tan^2\frac{1}{2}\varphi/\cos^2\frac{1}{2}\varphi=\frac{3}{2}pt^2(1+t^2)$ we obtain in view of (2.3) for the fixed centrode p_f:

$$X=-\tfrac{3}{2}pt^2(1+t^2), \qquad Y=-pt^3, \tag{4.3}$$

and by (2.2) for the moving centrode p_m:

$$x=-\tfrac{3}{2}pt^2(1-t^2), \qquad y=3pt^3. \tag{4.4}$$

Both centrodes are rational quartics with a cusp at the origin. For p_f we have $X\leqslant 0$; it has two inflection points $-\frac{3}{8}p$, $+\frac{1}{4}p\sqrt{2}$, for $2t=1$. The moving centrode has no inflection points; its intersections with oy $(0, \pm 3p)$; for this curve we have $x\geqslant -\frac{3}{8}p$. The centrodes are sketched in Fig. 4*a* and 4*b*.

Received February 3, 1980 *Delft, The Netherlands*

REFERENCES

1. Veldkamp G. R., *Curvature Theory in Plane Kinematics.* Groningen, 1963, pp. 5—6.
2. Bottema O., Roth B., *Theoretical Kinematics.* North-Holland, 1979.
3. Манжерон Д., *К графо-аналитическим методам кинематики материальных систем.* ДАН СССР, **102**, *5*, 897—898 (1955); *4*, 705—706 (1955); **112**, *1*, 27—28 (1957).
4. Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A., *Sur la distribution des accélérations d'ordre quelconque dans la cinématique des systèmes matériels.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **II(VI)**, *1—2*, 29—37(1956).

ASUPRA UNEI MIŞCĂRI PLANE CU POL STAŢIONAR

(Rezumat)

După expunerea rezultatelor relative la aspectele instantanee privind cinematica mişcării plane pînă la ordinul al treilea, autorul studiază detaliat cazurile particulare cuprinse în noţiunea de R-poziţii, introdusă în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 539.377

UN PROBLÈME DE DYNAMIQUE POUR LE DEMI-ESPACE DANS LA THÉORIE GÉNÉRALISÉE DE LA THERMOÉLASTICITÉ LINÉAIRE

PAR

ELISABETA RUSU et AURORA CRĂCIUNAŞ

La théorie généralisée de la thermoélasticité a été introduite par A. E. Green et K. A. Lindsay [1].

Dans cet article on considère le problème de la déformation d'un demi-espace élastique avec les données sur la frontière. Un problème similaire dans la théorie de la thermoélasticité linéaire couplée a été considérée en [2].

Nous considérons le problème de la détermination du déplacement et de la température d'un demi-espace élastique constitué d'un milieu continu homogen, isotrope, ayant un centre de symétrie, avec la frontière $z=0$ fixée sur laquelle on applique une temperature qui décroit rapidement. Dans cet cas nous avons un problème uni-dimensionelle,

$$u_3=u(z,t)\ ;\quad \theta=\theta(z,t) \tag{1}$$

tel que les equations fondamentales [1], [3] deviennent

$$\begin{aligned}&\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\frac{m}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}(\theta+\alpha\dot{\theta})=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\\ &\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-\frac{d}{k}\frac{\partial\theta}{\partial t}-\frac{h}{k}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-\frac{m\theta_0}{k}\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial t}=0,\end{aligned} \tag{2}$$

aux quelles on ajoute les conditions sur la frontière

$$u(0,t)=0,\quad \theta(0,t)=T_0e^{-\tilde{\omega}t}\ \text{ sur }\ z=0,\quad t\geqslant 0 \tag{3}$$

et les conditions initiales

$$u(z,0)=0,\quad \dot{u}(z,0)=0,\quad \theta(z,0)=T_0e^{-cz},\quad \dot{\theta}(z,0)=-T_0\tilde{\omega}e^{-cz},\quad z\geqslant 0, \tag{4}$$

où T_0, $\tilde{\omega}$, c sont des constantes positives données.

On effectue le changement des variables

$$Z=az,\quad U=au,\quad \tau=av_1t \tag{5}$$

avec les notations

$$(6)\qquad a=\frac{v_1 d}{k},\quad v_1^2=\frac{\lambda+2\mu}{\rho},\quad A=\frac{hv_1^2}{k},\quad B=\alpha a v_1,\quad D=\frac{c}{a},\quad \tilde{\omega}=\frac{\omega v_1^2 d}{k}.$$

De (2)...(4) on obtient respectivement :

$$(7)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial Z^2}-\dfrac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}=\dfrac{m}{\lambda+2\mu}\dfrac{\partial}{\partial Z}\left(\theta+B\dfrac{\partial\theta}{\partial\tau}\right), \\ \dfrac{\partial^2\theta}{\partial Z^2}-\dfrac{\partial\theta}{\partial\tau}-A\dfrac{\partial^2\theta}{\partial\tau^2}=\dfrac{m\theta_0}{d}\dfrac{\partial^2 U}{\partial Z\partial\tau}; \end{cases}$$

$$(8)\qquad U=0,\quad \dot{U}=0,\quad \theta=T_0 e^{-DZ},\quad \dot{\theta}=-T_0\omega e^{-DZ},\quad \tau=0,\quad Z\geqslant 0;$$

$$(9)\qquad U=0,\quad \theta=T_0 e^{-\omega\tau}\quad \text{sur}\quad Z=0,\quad \tau\geqslant 0.$$

Pour résoudre le système (7)...(9) on applique la transformée de Laplace. Pour ça nous allons prolonger les fonctions pour $\tau<0$ avec les valeurs nulles. On introduit les distributions

$$U^*=U(Z,\tau)\,H(\tau),\quad \theta^*=H(\tau)\theta(Z,\tau),$$

où $H(\tau)$ est la distribution de Heaviside, procédant comme en [4]. On écrit les équations dans le sens de la théorie des distributions.

Après l'application de la transformation de Laplace [5], il résulte le système

$$(10)\qquad \begin{aligned} &\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}Z^2}-p^2\right)\bar{U}^*=\frac{m}{\lambda+2\mu}(1+Bp)\frac{d\bar{\theta}^*}{dZ}+\frac{mBT_0D}{\lambda+2\mu}e^{-DZ}, \\ &\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}Z^2}-p-Ap^2\right)\bar{\theta}^*=\frac{m\theta_0}{d}p\frac{\mathrm{d}\bar{U}^*}{\mathrm{d}Z}+(A\omega-1-Ap)T_0e^{-DZ}, \end{aligned}$$

avec les conditions sur la frontière

$$(11)\qquad \bar{U}^*=0,\quad \bar{\theta}^*=\frac{T_0}{\omega+p}\quad \text{sur}\quad Z=0,\quad \forall\tau.$$

On note

$$(12)\qquad \varepsilon=\frac{m^2\theta_0}{d(\lambda+2\mu)}.$$

La solution du système (10), (11) est

$$(13)\qquad \begin{aligned} \bar{U}^*=&\frac{k_1}{(k_1-k_2)(p^2+k_1k_2)}\left[-\frac{m(1+Bp)}{1+2\mu}k_2\left(\frac{T_0}{\omega+p}-R\right)+\right. \\ &\left.+S(k_2^2-p^2)\right]e^{-k_1Z}- \\ -&\left[\frac{k_1}{(k_1-k_2)(p^2+k_1k_2)}\right]\left[-\frac{m(1+Bp)}{\lambda+2\mu}k_2\left(\frac{T_0}{\omega+p}-R\right)+\right. \end{aligned}$$

$$+S(k_2^2-p^2)\Big]+S\Big\}e^{-k_1Z}+Se^{-DZ},$$

$$\overline{\theta}^*=\frac{(p^2-k_1^2)(\lambda+2\mu)}{m(k_1-k_2)(p^2+k_1k_2)(1+Bp)}\Big[-\frac{(1+Bp)m}{\lambda+2\mu}k_2\Big(\frac{T_0}{\omega+p}-R\Big)+$$

$$+S(k_2^2-p^2)\Big]e^{-k_1Z}+\Big\{\frac{T_0}{\omega+p}-R- \tag{13}$$

$$-\frac{(p^2-k_1^2)(\lambda+2\mu)}{(k_1-k_2)(p^2+k_1k_2)(1+Bp)m}\Big[-\frac{m(1+Bp)k_2}{\lambda+2\mu}\Big(\frac{T_0}{\omega+p}-R\Big)+$$

$$+S(k_2^2-p^2)\Big]\Big\}e^{-k_1Z}+Re^{-DZ},$$

où k_1 et k_2 sont les racines à partie réelle positive de l'équation

$$k^4-[p^2+p+Ap^2+\varepsilon p(1+Bp)]k^2+p^3(1+Ap)=0 \tag{14}$$

et R et S sont

$$S=T_0D\frac{m}{\lambda+2\mu}\frac{Ap(1-B\omega)+BD^2-A\omega+1}{D^4-D^2[p^2+p+Ap^2+\varepsilon p(1+Bp)]+p^3(1+Ap)},$$

$$R=T_0\frac{-\varepsilon BD^2p+D^2(A\omega-1-Ap)-p^2(A\omega-1-Ap)}{D^4-D^2(p^2+p+Ap^2+\varepsilon p(1+Bp))+p^3(1+Ap)}. \tag{15}$$

Pour appliquer l'inverse de la transformation de Laplace on va supposer que le temps est court, comme dans [6]...[9].

Les racines de l'équation (14) sont [10] :

$$k_1=p\Big[1+\frac{B}{2(1-A)}+\frac{1-A+B}{2p(1-A)^2}+\frac{1-A+B}{2p^2(1-A)^3}+\dots\Big],$$

$$k_2=\frac{p}{2\sqrt{A}}\Big\{2A-\frac{AB\varepsilon}{1-A}+\frac{1}{p}\Big[1-\frac{(2A^2-AB-2A-B)\varepsilon}{2(1-A)^2}\Big]+$$

$$+\frac{1}{2p^2}\Big[\frac{\varepsilon(4A^3-3A^2B-6AB-4A+B)}{4A(1-A)^3}-\frac{1}{2A}\Big]+\dots\Big\}.$$

On retient les termes jusqu'à p^{-4} et on néglige ε^2 par rapport à ε. On introduit les notations :

$$\lambda_1=Z\Big(1+\frac{B\varepsilon}{2(1-A)}\Big),\quad \lambda_2=\sqrt{A}Z\Big(1-\frac{B\varepsilon}{2(1-A)}\Big),$$

$$\lambda_3=Z\frac{1}{2\sqrt{A}}\Big[1+\frac{(2A^2-AB-2A-B)\varepsilon}{2(1-A)^2}\Big],\quad C=Z\frac{4A^3-3A^2B-6AB-4A+B}{16A\sqrt{A}(1-A)^3},$$

$$\omega_1=Z\frac{1-A+B}{2(1-A)^3},\quad \omega_2=Z\frac{1}{8A\sqrt{A}}.$$

Il résulte

$$e^{-k_1 Z} \simeq e^{-\lambda_1 p} e^{(A-1)\omega_1 \varepsilon}\left(1-\frac{\omega_1 \varepsilon}{p}\right), \quad e^{-k_2 Z} \simeq e^{-\lambda_2 p} e^{-\lambda_2}\left[1+\frac{1}{p}(\omega_2 - C\varepsilon)\right].$$

On note aussi :

$$P_0 = 1-\frac{B\varepsilon(1+A)^2}{2(1-A)^2}, \quad P_1 = \frac{1}{B}+\frac{1}{2A}-\frac{A\omega+1}{A}+\frac{1}{1-A}-$$

$$-\frac{B\varepsilon(1+A)^2}{2(1-A)^2}\left(\frac{1}{B}+\frac{1}{2A}\right)+\frac{B\varepsilon(1+\sqrt{A})^2(A\omega+1)}{2A(1-A)^2}+$$

$$+\frac{(1-\sqrt{A})\varepsilon}{2(1-A)^2}\left(-\frac{1-A+B}{1-A}+\frac{2A^2-AB-2A-B}{2\sqrt{A}(1-A)}-\frac{B}{2\sqrt{A}}\right)+$$

$$+\frac{B\varepsilon(1+\sqrt{A})^2}{(1-A)^3}+\frac{D^2\varepsilon(B\omega-1)}{\omega(A\omega-1)-D^2}; \quad Q_0 = 1-\frac{B\varepsilon\sqrt{A}}{(1-A)^2},$$

$$Q_1 = \frac{\varepsilon(1-A+B)}{2(1-A)^3}+\frac{B\varepsilon(1+A)}{2(1-A)^3}+\frac{(1+\sqrt{A})\varepsilon}{2(1-A)^2}\left(-\frac{1-A+B}{1-A}+\right.$$

$$\left.+\frac{A^2-A-B}{\sqrt{A}(1-A)}\right)+\frac{BD^2+\omega(B-A)}{A(1-\omega B)}\left(1+\frac{B\varepsilon(1+A)}{2(1-A)^2}\right);$$

$$R_1 = \frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}P_0+D(1-\omega B)Q_0,$$

$$R_2 = \frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}P_1+D(1-\omega B)Q_1-\omega_1\varepsilon\left[\frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}+\right.$$

$$\left.+D(1-\omega B)\right], \quad R_3 = \frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}P_0+D(1-\omega B)(Q_0-1) = R_1-D(1-\omega B),$$

$$R_4 = \frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}P_1+D(1-\omega B)Q_1-\frac{D}{A}[BD^2+\omega(B-A)]+$$

$$+(\omega_2-C\varepsilon)\left[\frac{B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{\sqrt{A}(1-A)}P_0+D(1-\omega B)(Q_0-1)\right];$$

$$M_0 = \frac{\sqrt{A}B[\omega(A\omega-1)-D^2]}{A(1-A)}+D(1-B\omega), \quad M_1 = \frac{\sqrt{A}[\omega(A\omega-1)-D^2]}{A(1-A)}\left(\frac{B}{2A}+\right.$$

$$\left.+\frac{1-A+B}{1-A}+\frac{B}{1-A}-\frac{B(A\omega+1)}{A}\right)+\frac{D}{A}[BD^2+\omega(B-A)],$$

$$M_2 = \frac{\omega(A\omega-1)-D^2}{A}-\frac{\varepsilon M_0}{1-A},$$

$$M_3 = \frac{AD^2\varepsilon(B\omega-1)-(1+A\omega)[\omega(A\omega-1)-D^2]}{A^2}-\frac{\varepsilon M_1}{1-A}+$$

$$+(\omega_2-C\varepsilon)\left[\frac{\omega(A\omega-1)-D^2}{A}-\frac{\varepsilon M_0}{1-A}\right],$$

$$M_4=\frac{D^2(A\omega+\varepsilon)}{A}-\frac{D^2(1+A\omega+A^2\omega+AB\omega\varepsilon)}{A^2}-\frac{\omega}{A^2};$$

$$R=T_0\left(\frac{1}{p}-\frac{\omega}{p^2}+\frac{D^2+\omega}{Ap^3}+\frac{M_4}{p^4}\right),$$

$$S=\frac{m}{\lambda+2\mu}T_0D\left[\frac{1-\omega B}{p^3}+\frac{BD^2+\omega(B-A)}{Ap^4}\right].$$

Les relations (13) deviennent :

$$(16)\quad\begin{cases}\overline{U}^*=-\dfrac{mT_0}{\lambda+2\mu}\left\{\left(\dfrac{R_1}{p^3}+\dfrac{R_2}{p^4}\right)e^{-\lambda_1 p}\,e^{-(A-1)\omega_1\varepsilon}-\left(\dfrac{R_3}{p^3}+\dfrac{R_4}{p^4}\right)e^{-\lambda_2 p}\,e^{-\lambda_3}-\right.\\ \qquad\left.-\left[\dfrac{D(1-\omega B)}{p^3}+\dfrac{D[BD^2+\omega(B-A)]}{Ap^4}\right]e^{-DZ}\right\},\\ \overline{\theta}^*=T_0\left\{\dfrac{\varepsilon}{1-A}\left[\dfrac{M_0}{p^3}+\dfrac{M_1-M_0\omega_1\varepsilon}{p^4}\right]e^{-p\lambda_1}\,e^{-(A-1)\omega_1\varepsilon}+\right.\\ \qquad\left.+\left(\dfrac{M_2}{p^3}+\dfrac{M_3}{p^4}\right)e^{-\lambda_2 p}\,e^{-\lambda_3}+\left(\dfrac{1}{p}-\dfrac{\omega}{p^2}+\dfrac{D^2+\omega}{Ap^3}+\dfrac{M_4}{p^4}\right)e^{-DZ}\right\}.\end{cases}$$

Par l'application de l'inverse de la transformation de Laplace [4] on obtient

$$U^*=-\frac{m}{\lambda+2\mu}T_0\left\{e^{(A-1)\omega_1\varepsilon}H(\tau-\lambda_1)\left[\frac{R_1}{2}(\tau-\lambda_1)^2+\frac{R_2}{6}(\tau-\lambda_2)^3+\ldots\right]-\right.$$

$$-e^{-\lambda_3}H(\tau-\lambda_2)\left[\frac{R_3}{2}(\tau-\lambda_2)^2+\frac{R_4}{6}(\tau-\lambda_2)^3+\ldots\right]-$$

$$\left.-e^{-DZ}H(\tau)\left[D(1-\omega B)\frac{\tau^2}{2}+\frac{D[BD^2+\omega(B-A)]}{6A}\tau^3+\ldots\right]\right\},$$

$$(17)\quad\theta^*=T_0\left\{e^{(A-1)\omega_1\varepsilon}H(\tau-\lambda_1)\left[\frac{\varepsilon M_0}{2(1-A)}(\tau-\lambda_1)^2+\frac{\varepsilon M_1}{6(1-A)}(\tau-\lambda_1)^3+\ldots\right]+\right.$$

$$+e^{-\lambda_3}H(\tau-\lambda_2)\left[\frac{M_2}{2}(\tau-\lambda_2)^2+\frac{M_3}{6}(\tau-\lambda_2)^3+\ldots\right]+$$

$$\left.+H(\tau)e^{-DZ}\left[1-\omega\tau+\frac{D^2+\omega}{A}\frac{\tau^2}{2}+M_4\frac{\tau^3}{6}+\ldots\right]\right\}.$$

Les fonctions $U(Z,\tau)$ et $\theta(Z,\tau)$ on les obtient de (17) pour $\tau\geqslant 0$. On observe que

$$\omega_1(1-A)>0,\quad \lambda_3>0,\quad D>0,$$

parce que

$$(1-A)\omega_1=(1-A)Z\frac{1-A+B}{2(1-A)^3}=Z\frac{1-A+B}{2(1-A)^2}$$

et [1]

$$1-A+B=1+(\alpha d-h)\frac{v_1^2}{k}>0.$$

Les functions U et θ ne présentent pas des sauts et satisfont les conditions initiales et sur la frontière (8) et (9).

Pour $Z\to\infty$, $U(Z,\tau)$ et $\theta(Z,\tau)$ convèrgent vers zéro.

Reçue le 8 Juillet 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Green A. E., Lindsay K. A., *Thermoelasticity*. J. Elasticity, 2, 1–7 (1972).
2. Roy Choudhuri S. K., *A Coupled Thermo-elastic Problem of an Elastic Half-space the Plane Boundary of which is Subjected to a Transient Temperature Distribution.* Arch. Mech. Stos., **22**, 5, 643–648 (1970).
3. Gren A. E., *A Note on Linear Thermoelasticity*. Mathematica, **19**, *37*, 69–76 (1972).
4. Kecs W., Teodorescu P. P., *Introducere în teoria distribuţiilor cu aplicaţii în tehnică.* Ed. tehn., Buc., 1975.
5. Schwartz L., *Théorie des distributions*. Vol. **I**, Hermann, Paris, 1950.
6. Hetnarski R. B., *The Fundamental Solution of the Coupled Thermoelastic Problem for Small Times*. Arch. Mech. Stos., **1**, *16*, 23–31 (1964).
7. Hetnarski R. B., *Coupled one Dimensional Thermal Shock Problem for Small Times*. Arch. Mech. Stos., **2**, *13*, 295–306 (1961).
8. Shanker M. U., Dhaliwal R. S., *Dynamic Coupled Thermoelastic Problem in Micropolar Theory*. Int. J. Engng. Sci., **13**, 121–148 (1975).
9. Soos E., *The Green's Functions (for Short Times) in the Linear Theory of the Coupled Thermoelasticity*. Arch. Mech. Stos., **18**, *1*, 101–111 (1966).

PROBLEMĂ DE DINAMICĂ PENTRU UN SEMISPAŢIU ELASTIC ÎN TEORIA GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂŢII LINIARE

(Rezumat)

Se consideră problema determinării deplasării şi a temperaturii într-un semispaţiu elastic omogen izotrop, cu centru de simetrie, pe a cărui frontieră se aplică o temperatură ce descreşte rapid.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 539.377

A GENERALIZED THEORY OF MICROSTRUCTURE IN LINEAR THERMOELASTICITY

BY

SILVIA G. NEAGU

1. Introduction. The linear case of elasticity with microstructure has been established by M i n d l i n [5].

In this paper we generalize the linear theory of thermoelasticity established by G r e e n and L i n d s a y [3] to homogeneous with microstructure continuum.

For homogeneous micropolar continua this theory of Green and Lindsay has been generalized by Enzo B o s c h i and Dorin I e ș a n [1].

As in [1], [4] the equations of motion and momentum are derived from the equation of energy by making full use of invariance conditions under superposed rigid body motions.

2. Equations of Motion and Boundary Conditions. We refer the motion of continuum to a fixed system of rectangular cartesian axes. The position of a typical particle of the continuum at time t is denoted by x_k, where

$$x_k = x_k(X_l,\ t), \qquad (k,\ l = 1, 2, 3) \tag{2.1}$$

and X_l is a reference position of the particle at time t_0. The components of displacement of a material particle are denoted by u_i. In each material particle is assumed to be a micro-volume. The components of micro-deformation are denoted by Ψ_{ij}. We postulate an energy balance, for an arbitrary material volume V bounded by a surface A at time t, in the form

$$\int_V \rho(\dot{T}+\dot{U})\mathrm{d}V = \int_V \rho(f_i v_i + \Phi_{jk} v_{jk} + r)\mathrm{d}V + \int_A (t_i v_i + T_{jk} v_{jk} - q)\mathrm{d}A, \tag{2.2}$$

where $v_i = \dot{u}_i$, $v_{jk} = \dot{\Psi}_{jk}$, ρ is the density, T — the kinetic energy per unit mass

$$T = \tfrac{1}{2}(v_i v_i + J_{rs} v_{rj} v_{sj})\mathrm{d}V,$$

U — the specific internal energy, f_j — the body force per unit mass, Φ_{jk} is to be interpreted as a tensor micro-body force per unit mass, T_{jk} as a tensor micro-surface force per unit area, r is the externally supplied specific heat, q — the heat flux across the surface A per unit area.

We suppose that the body has arrived at a given state at a time t through some prescribed motion.

With the help of invariance conditions under a constant superposed rigid body translational velocity (v_i+a_i — where a_i are arbitrary constants) and a superposed uniform rigid body angular velocity Ω_{ij}, the body occupying the same position at time t, and ρ, $I_{rs}=\rho J_{rs}$, $\dot{U}$, f_i, t_i, Φ_{jk}, T_{jk}, r, q being unaltered by such superposed, we derive the twelve stress *equations of motion* from (2.2)

$$t_{ji,j}+\rho f_i=\rho\ddot{u}_i,$$

$$\sigma_{kij,k}+\rho\Phi_{ij}+\sigma_{ij}=I_{ik}\dot{v}_{sj}, \tag{2.3}$$

$$s_{ij}=t_{ij}-\sigma_{ij}, \quad s_{ij}=s_{ji};$$

the twelve traction *boundary conditions*

$$t_i=t_{ji}n_j, \quad T_{ij}=\sigma_{kij}n_k \tag{2.4}$$

and

$$q=q_in_i, \tag{2.5}$$

where t_{ji} are the components of the stress across the coordinate planes, σ_{kij} — the components of the micro-stress across the coordinate planes, q_i — the components of the heat flux vector across the n_i-planes; the *local equation of energy* is in form

$$\rho\dot{U}=s_{ji}\dot{\varepsilon}_{ij}+\sigma_{kij}\dot{\varkappa}_{kij}+\sigma_{ij}\dot{\gamma}_{ij}+\rho r-q_{i,i}, \tag{2.6}$$

where

$$\varepsilon_{ij}=\tfrac{1}{2}(u_{j,i}+u_{i,j}), \quad \gamma_{ij}=u_{j,i}-\Psi_{ij}, \quad \varkappa_{kij}=\Psi_{ij,k} \tag{2.7}$$

are the *geometrical equations*.

Let us consider the entropy production inequality proposed by Green and Laws [2]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V\rho S\,\mathrm{d}V-\int_V\left(\frac{\rho r}{\Phi}-\mu\right)\mathrm{d}V-\int_A\left(\frac{q_i}{\Phi}-\lambda_i\right)n_i\,\mathrm{d}A\geqslant 0, \tag{2.8}$$

where S is the specific entropy, $\Phi(>0)$ is a scalar function, μ, λ_i are functions subjected to the conditions

$$\int_B\mu\,\mathrm{d}V=0, \qquad \lambda_in_i=0 \quad \text{on} \quad \Sigma, \tag{2.9}$$

where B is the whole volume occupied by the body bounded by the closed surface Σ. Using (2.6) the inequality (2.8) yields

$$-\rho(\dot{\Psi}+S\dot{\Phi})+\Phi(\mu+\lambda_{i,i})+s_{ji}\dot{\varepsilon}_{ij}+\sigma_{kij}\dot{\varkappa}_{kij}+\sigma_{ij}\dot{\gamma}_{ij}-\frac{q_i\Phi_i}{\Phi}\geqslant 0, \tag{2.10}$$

where

$$\Psi=U-S\Phi. \tag{2.11}$$

3. Constitutive Equations. We consider the following constitutive variables:

$$\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}, \tag{3.1}$$

where θ is the temperature measured from a constant reference temperature θ_0.

The linear microstructure thermoelastic solid is defined by the constitutive equations:

$$
\begin{aligned}
\Psi &= \Psi(\theta,\ \theta_{,i},\ \theta,\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij}\ \varkappa_{kij}),\\
\Phi &= \Phi(\theta,\ \theta_{,i},\ \theta,\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}),\\
s_{ji} &= s_{ji}(\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}),\\
\sigma_{kij} &= \sigma_{kij}(\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}),\\
\sigma_{ij} &= \sigma_{ij}(\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}),\\
S &= S(\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}),\\
q_i &= q_i(\theta,\ \theta_{,i},\ \dot{\theta},\ \varepsilon_{ij},\ \gamma_{ij},\ \varkappa_{kij}).
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

As in [3] we can show that for homogeneous bodies, the relations (2.9) and (3.1) imply

$$\mu=0,\quad \lambda_i=0. \tag{3.3}$$

Using (3.2) and (3.3) from (2.10), if $q_i=0$ we obtain

$$\Phi=\Phi(\theta,\ \dot{\theta})\ ; \tag{3.4}$$

$$s_{ji}=\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon_{ij}},\qquad \sigma_{ij}=\frac{\partial\sigma}{\partial\gamma_{ij}},\qquad \sigma_{kij}=\frac{\partial\sigma}{\partial\varkappa_{kij}}\ ; \tag{3.5}$$

$$q_i=-\Phi\frac{\partial\sigma}{\partial\theta_{,i}}\Big/\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\theta}}, \tag{3.6}$$

where

$$\sigma=\rho\Psi. \tag{3.7}$$

Using (2.11), (3.4), (3.5) the relation (2.6) becomes

$$\rho\Phi\dot{S}-\rho r+q_{i,i}-\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}+\rho S\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)\dot{\theta}+\frac{\partial\sigma}{\partial\theta_{,i}}\dot{\theta}_{,i}=0. \tag{3.8}$$

In the linear theory of an anisotropic solid, assuming that the initial body is free from stress and micro-stress and has zero heat flux, we have

$$
\begin{aligned}
\sigma=\sigma_0-a\theta-b\dot{\theta}-\tfrac{1}{2}d\theta^2-e\theta\dot{\theta}-\tfrac{1}{2}f\dot{\theta}^2+a_i\theta\theta_{,i}+\alpha b_i\theta\theta_{,i}+\\
+\tfrac{1}{2}\alpha k_{ij}\theta_{,i}\theta_{,j}+a_{ijk}\varepsilon_{ij}\theta_{,k}+a_{ij}\varepsilon_{ij}\theta+b_{ij}\varepsilon_{ij}\dot{\theta}+b_{ijk}\gamma_{ij}\theta_{,k}+\\
+c_{ij}\gamma_{ij}\theta+d_{ij}\gamma_{ij}\dot{\theta}+\tfrac{1}{2}A_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}+B_{ijkl}\varepsilon_{ij}\gamma_{kl}+\\
+\tfrac{1}{2}C_{ijkl}\gamma_{ij}\gamma_{kl}+a_{kij}\varkappa_{kij}\theta_{,l}+m_{kij}\varkappa_{kij}\theta+n_{kij}\varkappa_{kij}\dot{\theta}+\\
+p_{kijls}\varkappa_{kij}\varepsilon_{ls}+r_{kijls}\varkappa_{kij}\gamma_{ls}+\tfrac{1}{2}T_{kijlsm}\varkappa_{kij}\varkappa_{lsm},\\
\Phi=\theta_0+\theta+\alpha\dot{\theta}+\beta\theta\dot{\theta}+\tfrac{1}{2}\gamma\theta^2.
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

From (3.5, (3.6), (3.9) and from the restrictions on the coefficients implied from entropy inequality, we obtain the constitutive equations:

$$s_{ji}=A_{ijkl}\varepsilon_{kl}+B_{ijkl}\gamma_{kl}+p_{krsij}\varkappa_{krs}+a_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta}),$$

$$\sigma_{ij}=B_{klij}\varepsilon_{kl}+C_{ijkl}\gamma_{kl}+r_{klsij}\varkappa_{kls}+c_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta}), \tag{3.10}$$

$$\sigma_{kij}=p_{kijls}\varepsilon_{ls}+r_{kijls}\gamma_{ls}+t_{kijlsm}\varkappa_{lsm}+m_{kij}(\theta+\alpha\dot{\theta});$$

$$q_i=-\theta_0(b_i\dot{\theta}+k_{ij}\theta_{,j}); \tag{3.11}$$

$$\rho S=a+d\theta+h\dot{\theta}-b_i\theta_{,i}-a_{ij}\varepsilon_{ij}-c_{ij}\gamma_{ij}-m_{kij}\varkappa_{kij}; \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}\sigma=\sigma_0-a(\theta+\alpha\dot{\theta})-\tfrac{1}{2}d\theta^2-e\theta\dot{\theta}-\tfrac{1}{2}f\dot{\theta}^2+\alpha b_i\dot{\theta}\theta_{,i}+\\ +\tfrac{1}{2}\alpha k_{ij}\theta_{,i}\theta_{,j}+a_{ij}\xi\varepsilon_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta})+c_{ij}\gamma_{ij}(\theta+\alpha\dot{\theta})+\\ +m_{kij}\varkappa_{kij}(\theta+\alpha\dot{\theta})+\tfrac{1}{2}A_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}+B_{ijkl}\varepsilon_{ij}\gamma_{kl}+\\ +\tfrac{1}{2}C_{ijkl}\gamma_{ij}\gamma_{kl}+p_{kijls}\varkappa_{kij}\varepsilon_{ls}+r_{kijls}\varkappa_{kij}\gamma_{ls}+\tfrac{1}{2}T_{kijlsm}\varkappa_{kij}\varkappa_{lsm}.\end{aligned} \tag{3.13}$$

The coefficients in (3.10) have the following symmetries:

$$\begin{aligned}&A_{ijkl}=A_{klij}=A_{jikl},\quad B_{ijkl}=B_{ijlk},\\ &C_{ijkl}=C_{klij},\quad p_{krsij}=p_{lrsjil},\\ &T_{kijlsm}=T_{lsmkij},\quad k_{ij}=k_{ji}.\end{aligned} \tag{3.14}$$

In the linear theory the equation of entropy can be written in the form

$$\rho\theta_0\dot{S}+q_{i,i}=\rho r. \tag{3.15}$$

We can obtain u_i, Ψ_{ij} from (2.3) with the initial conditions

$$u_i(x,0)=u_i^0(x),\qquad \dot{u}_i(x,0)=v^0(x);$$

$$\Psi_{ij}(x,0)=\Psi_{ij}^0(x),\qquad \dot{\Psi}_{ij}(x,0)=v_{ij}^0(x)$$

and the boundary conditions

$$u_i=\tilde{u}_i \quad \text{on} \quad \sum_1,\qquad t_{ij}n_j=\tilde{t}_i \quad \text{on} \quad \sum_2,$$

$$\Psi_{ij}=\tilde{\Psi}_{ij} \quad \text{on} \quad \sum_3,\qquad \sigma_{kij}n_k=\tilde{T}_{ij} \quad \text{on} \quad \sum_4.$$

We can obtain $\theta(x,0)$ from (2.7), (3.13), (3.15) with the initial conditions

$$\theta(x,0)=\tau(x),\quad S(x,0)=S_0(x)$$

and the boundary conditions:

$$\theta=\tilde{\theta} \quad \text{on} \quad \sum_5 \qquad q_in_i=\tilde{q} \quad \text{on} \quad \sum_6$$

($s=1...6$) are subsets of Σ so that

$$\Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \Sigma_3 \cup \Sigma_4 = \Sigma_5 \cup \Sigma_6 = \Sigma,$$

$$\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \Sigma_3 \cap \Sigma_4 = \Sigma_5 \cap \Sigma_6 = \emptyset.$$

Received September 17, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Boschi E., Ieşan D., *A Generalized Theory of Linear Micropolar Thermoelasticity*. Mecanica, **VIII**, 3 (1977).
2. Green F., Laws N., *On the Entropy Production Inequality*. Arch. Rational Mech. Anal., **45**, 47–59 (1972).
3. Green E., Lindsay K. A., *Termoelasticity*. J. Elasticity, **2**, 1–7 (1972).
4. Green A. E., Rivlin S., *Simple Forces and Stress Multipolar*. Arch. Rational Mech. Anal., **16**, 325–353 (1964).
5. Mindlin R. D., *Microstructure in Linear Elasticity*. Arch. Rational Mech. Anal., **16**, 51–78 (1964).

O TEORIE GENERALIZATĂ A TERMOELASTICITĂȚII CU MICROSTRUCTURĂ

(Rezumat)

Teoria liniară a termoelasticității, stabilită de Green și Lindsay [3] cu ajutorul inegalității entropiei propusă de Green și Laws [2], este generalizată în cazul unui mediu continuu omogen cu microstructură.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621—187

ASPECTE GEOMETRICO-CINEMATICE LEGATE DE MOTORUL LINIAR CU PISTON ȘI UN ARBORE COTIT PENTRU ACEST MOTOR

DE

C. ACKER

Trecînd în revistă diferitele variante constructive ale motorului liniar cu piston, desprindem trei probleme clasice ca fiind de referință în caracterizarea geometrico-cinematică a acestui motor. Prima dintre aceste probleme se întîlnește frecvent în manualele de geometrie elementară sau în manualele de geometrie analitică, iar celelalte două se tratează adesea la seminariile de cinematică, asemenea probleme inspirînd încă pe Leonardo da Vinci în construcția strungului ce-i poartă numele, iar mai tîrziu (tocmai prin anii 1937—1940) aceste probleme inspirînd pe S. S. Balandin în conceperea și realizarea motorului său cunoscut azi sub denumirea de motor Balandin, sau sub denumirea (mai recentă) de motor (recti-) liniar cu piston, ultima denumire a acestui motor provenind, se pare, de la solicitările transversale cursei pistoanelor, ce sînt, așa cum reiese din datele experimentale, mult mai mici decît la motorul clasic tip bielă-manivelă, ducînd la o uzură mai mică (fiabilitatea camelor de ardere este de cca. 3/2 ori mai mare decît la motorul tip bielă-manivelă) și la un randament mecanic surprinzător de mare (94%) dacă ținem seama de faptul că rulmentul prezintă un randament mecanic de cca. 95 .. 97%.

Prima dintre aceste probleme constă în aflarea locului geometric al mijlocului unui segment rectiliniu (sau al mijlocului unei bare rectilinii) AB, ale cărui (ale cărei) extremități lunecă pe 2 drepte perpendiculare (fig. 1, în care $A \in OX$ și $B \in OY$).

Mijlocul M al acestui segment (al acestei bare), fiind piciorul medianei duse din vîrful O al unghiului drept în triunghiul dreptunghic BOA (sau M fiind intersecția diagonalelor în dreptunghiul $OABC$ ce are o diagonală AB de lungime constantă) se află permanent la o distanță constantă de punctul fix O (fig. 1), încît locul său geometric este cercul cu centrul O și de rază $AB/2$.

Este de mirare faptul că acest principiu de transformare a mișcării recitlinii în mișcare circulară (și invers, a mișcării circulare în mișcare rectilinii) nu a atras atenția, decît atît de tîrziu, celor interesați în construcția motorului cu abur, a motorului cu benzină, sau a motorului Diesel, precum și în construcția motopompelor, sau a compresoarelor, cel puțin prin gabaritul remarcabil de mic pe care-l are un asemenea utilaj (la o cursă de 60 mm a pistonului, diametrul teoretic al motorului este de 180.. 200 mm).

A doua problemă la care ne referim este de cinematică și constă în aflarea centroidelor barei AB (fig. 1).

Dacă ecuațiile centroidei fixe sînt în general

$$x_c = x_{0'} - \frac{\dot{y}_{0'}}{\dot{\theta}}, \qquad y_c = y_{0'} + \frac{\dot{x}_{0'}}{\dot{\theta}}$$

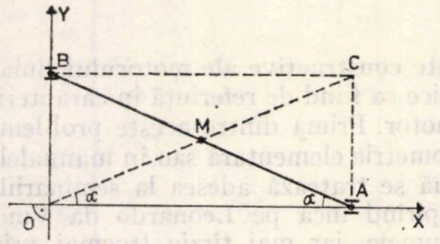


Fig. 1

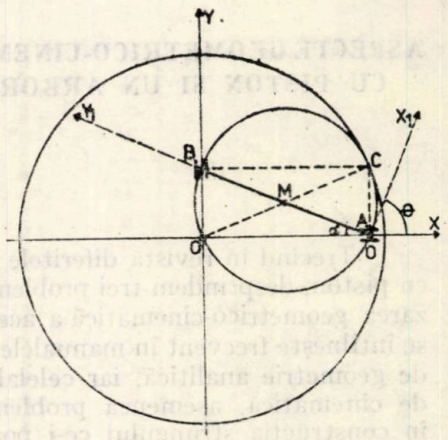


Fig. 2

(unde θ este unghiul dintre axele OX și $O'X_1$ (fig. 2), atunci în cazul nostru, alegînd reperul mobil solidar legat de bara AB, cu originea O' în A și cu axa $O'Y_1$ în lungul barei AB (fig. 2), avem

$$\begin{cases} x_{0'} = AB\cos\alpha, \\ y_{0'} = 0, \end{cases} \quad \text{de unde} \quad \begin{cases} \dot{x}_{0'} = -\dot{\alpha}\, AB \sin\alpha, \\ \dot{y}_{0'} = 0 \end{cases}$$

iar $\theta = \pi/2 - \alpha$ implică $\dot{\theta} = -\dot{\alpha}$, deci

$$x_c = AB\cos\alpha, \qquad y_c = \frac{-\dot{AB}\sin\alpha}{-\dot{\alpha}} = AB\sin\alpha,$$

adică ecuațiile centroidei fixe sînt ecuațiile parametrice ale cercului cu centrul O și de rază AB (evident $x_c^2 + y_c^2 = AB^2$). De asemenea, dacă ecuațiile centroidei mobile sînt în general

$$\begin{cases} x_{1c} = \dfrac{1}{\dot{\theta}}(\dot{x}_{0'}\sin\theta - \dot{y}_{0'}\cos\theta), \\ y_{1c} = \dfrac{1}{\dot{\theta}}(\dot{x}_{0'}\cos\theta + \dot{y}_{0'}\sin\theta), \end{cases}$$

în cazul nostru

$$\begin{cases} x_{1c} = \dfrac{1}{-\dot{\alpha}}\left[-\dot{\alpha}\, AB\sin\alpha\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\right], \\ y_{1c} = \dfrac{1}{-\dot{\alpha}}\left[-\dot{\alpha} AB\sin\alpha\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\right], \end{cases}$$

adică

$$\begin{cases} x_{1c} = \dfrac{AB}{2} \sin 2\alpha, \\ y_{1c} = \dfrac{AB}{2}(1 - \cos 2\alpha) \end{cases} \quad \text{deci} \quad \begin{cases} x_{1c} = \dfrac{AB}{2} \sin 2\alpha, \\ y_{1c} - \dfrac{AB}{2} = -\dfrac{AB}{2} \cos 2\alpha, \end{cases}$$

ceea ce conduce la $x^2_{1c} + (y_{1c} - AB/2)^2 = AB^2/4$, adică centroida mobilă este cercul cu diametrul AB (cerc ce trece permanent prin O).

Acest al doilea cerc (centroida mobilă) se rostogolește, cum se știe, fără alunecare, pe centroida fixă de mai sus, în timp ce punctul A (extremitatea barei AB) lunecă pe diametrul AO al centroidei fixe, simultan cu lunecarea lui B pe diametrul BO al aceleiași centroide fixe (centrul centroidei mobile — mijlocul barei AB — parcurgînd concomitent cercul fix cu centrul O și de rază $AB/2$). Abuzul de insistență asupra tuturor acestor detalii ale mișcării în ansamblu, este prilejuit de interesul ca realizarea practică a unuia dintre aceste detalii să declanșeze în fapt toate celelalte amănunte ale mișcării.

A treia problemă la care ne referim constă în stabilirea faptului că realizînd tehnic (practic) rostogolirea fără alunecare a unui disc circular pe interiorul unei coroane circulare fixe, cu raza interioară dublă față de raza discului, o r i c e diametru al discului se mișcă (la fel ca diametrul AB al centroidei mobile, mai sus) astfel că cele 2 extremități ale sale parcurg într-un sens apoi în sens contrar, cîte un diametru al coroanei circulare acești 2 diametri ai coroanei circulare fiind ortogonali, centrul discului parcurgînd — evident — un cerc cu centrul O și de rază egală cu raza discului

În adevăr, punctul oarecare M de pe frontiera discului (cu alegerea reperelor ca în fig. 3 are coordonatele în reperul fix XOY

$$\begin{cases} x_M = (R-r)\cos\beta + r\cos\theta, \\ y_M = (R-r)\sin\beta - r\sin\theta, \end{cases}$$

dar ținînd seama de relațiile

$$\alpha = \theta + \beta$$

și $\overset{\frown}{MT} = \overset{\frown}{AT}$ sau $r\alpha = R\beta$ ce implică

$$\beta = \frac{r}{R}\alpha \quad \text{și} \quad \theta = \frac{R-r}{R}\alpha,$$

urmează

$$\begin{cases} x_M = (R-r)\cos\dfrac{r}{R}\alpha + r\cos\dfrac{R-r}{R}\alpha, \\ y_M = (R-r)\sin\dfrac{r}{R}\alpha - r\sin\dfrac{R-r}{R}\alpha; \end{cases}$$

presupunînd — așa cum are loc în cazul studiat

$$R = 2r,$$

mai urmează

$$x_M = 2r\cos\frac{y}{2}, \quad y_M = 0,$$

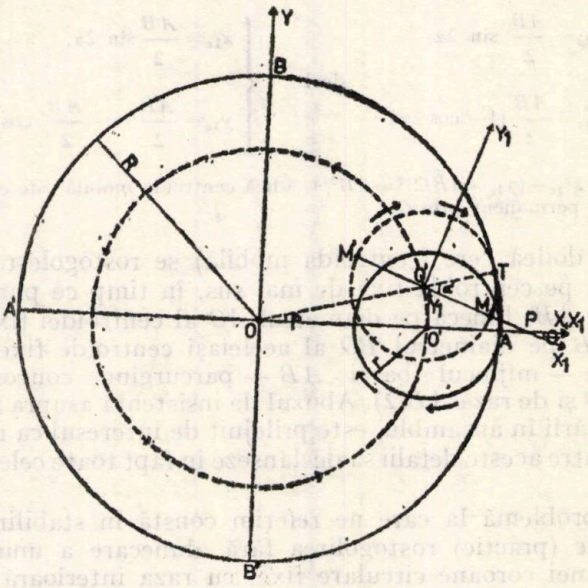

Y
B
Y1
R
M
T
A
O
P
X,X1
O'
A
X1
B'

Fig 3

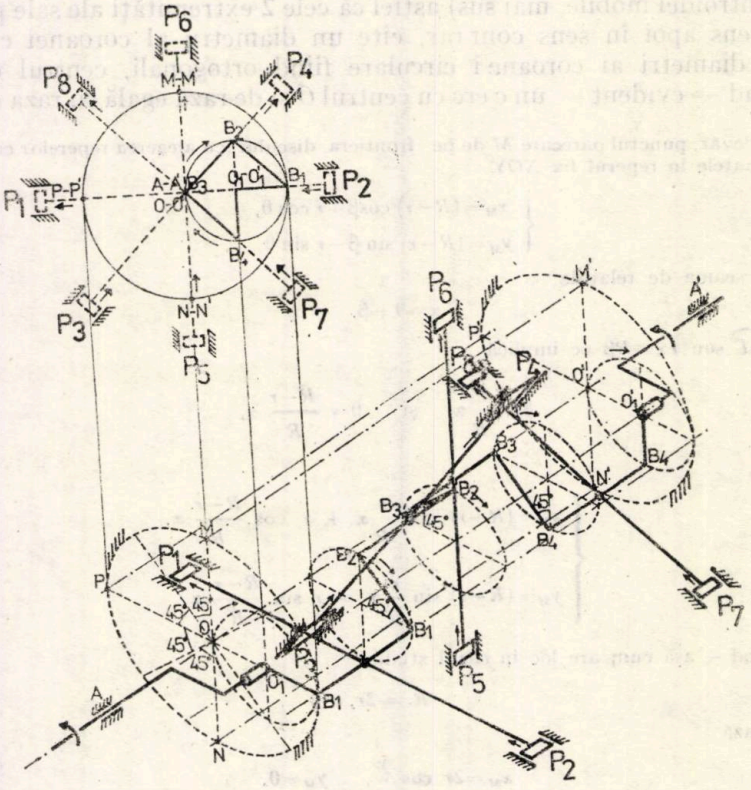

P6
P8
P4
M-M
B2
P1
P-P
A-A
B3
O-O
O1-O'1
B1
P2
B4
P3
N-N
P7
P5
P6
M'
A'
P'
P8
P4
O'
O'1
B3
B4
N'
B2
45°
B3
45°
B4
P1
P
B2
45°
45°
O
45°
45°
B1
P7
P2
P5
A
O1
B1
N
P2

Fig. 4

adică M parcurge diametrul AO (interior) al coroanei circulare, la fel cum, după o rostogolire a discului de un unghi $y=\pi$ rad., punctul M' diametral opus lui M pe disc, ajuns în poziția B (fig. 3) — fapt ce rezultă din relația $\beta=\alpha/2$— își continuă mișcarea pe diametrul BO al coroanei circulare (poziția pe coroana circulară a unui punct de pe frontiera discului determină și diametrul coroanei circulare pe care se mișcă acel punct). Întreg raționamentul făcut pentru M și M' se poate repeta pentru orice altă pereche de puncte N, N' diametral opuse pe disc, rotind reperul XOY în jurul lui O astfel ca OX să treacă printr-o poziție de pe coroana circulară prin care trece și N.

În legătură cu ultimul rezultat, se conturează și un arbore cotit pentru motorul liniar cu piston, mai economic în ce privește consumul de metal necesar construcției sale, comparativ cu cazul cînd se folosesc mai multe motoare liniare cu piston simple, cuplate la același arbore motor și rotite unul față de altul cu un anumit unghi. În adevăr, dacă la o rostogolire de $\alpha=2\pi$ rad a discului, punctul de contact dintre disc și coroana circulară parcurge un semicerc pe coroană, înseamnă că toate punctele frontierei discului iau contact cu coroana o singură dată în intervalul $\alpha\in[0,\ 2\pi)$, deci dacă dorim să obținem în motorul liniar cu piston, de exemplu cîte o explozie la capetele fiecărui interval $\beta\in\left[i\frac{\pi}{4},\ (i+1)\frac{\pi}{4}\right]$, vom utiliza un arbore cotit avînd forma din fig. 4, sau dacă dorim să construim motorul liniar cu piston astfel ca să se realizeze cîte o explozie la extremitățile fiecărui interva

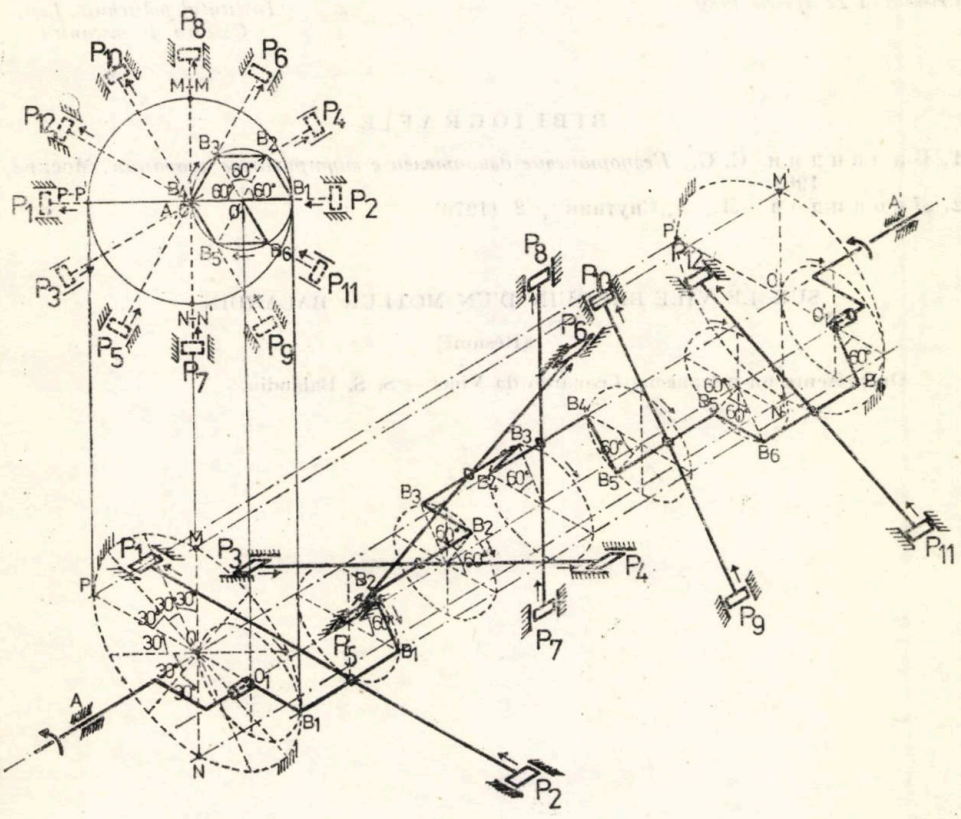


Fig. 5

$\beta \in \left[i\frac{\pi}{6}, (i+1)\frac{\pi}{6}\right]$, putem utiliza un arbore cotit avînd forma din fig. 5, etc. Asemenea arbori cotiți suplinesc rolul a 4 bare AB în primul exemplu, respectiv rolul a 6 bare AB în al 2-lea exemplu, prin $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}+1\right) \approx 3{,}11$ bare AB, respectiv prin 7/2 bare AB, economia de metal în construcția unor asemenea arbori cotiți accentuîndu-se pe măsură ce intervalele $\alpha \in \left[i\frac{\pi}{n}, (i+1)\frac{\pi}{n}\right]$ la extremitățile cărora dorim să avem cîte o explozie, devin mai mici, măsură în care o anumită asemănare a motorului liniar cu piston cu o turbină (mai specială) se schițează și se accentuează, cu avantajul însă că arderea (destinderea gazului aprins) nu are loc liber, spre atmosferă (ca la turbina cu gaze, ceea ce și face periculoasă turbina cu gaze în exploatare la sol), ci în cilindri, ca la motoarele clasice tip bielă-manivelă.

Observație. Motorul liniar cu piston, a cărui proiecție ortogonală într-un plan perpendicular pe arborele motor conține $2n$ puncte B_i ($i=1, 2,..., 2n$) ce împart cercul cu centrul O_1 (fig. 4, 5) în $2n$ arce egale, poate fi considerat ca o generalizare a motorului Balandin.

Primită la 22 aprilie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Баландин С. С., *Безпоршневые двигатели с внутренные сгорания*. Москва, 1968.
2. Леонидов Л., „Спутник", *2* (1970).

SUR LE VILE BREQUIN D'UN MOTEUR BALANDIN

(Résumé)

On présente un mécanisme Leonardo da Vinci — S. S. Balandin.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 532.5

ÉVOLUTION LONGITUDINALE DES MODULATIONS DE VITESSE ET DE PRESSION STATIQUE D'UN ÉCOULEMENT PULSÉ

PAR

M. PLAN, S. BURNEL et JM. THOMAS

1. Introduction. Les écoulements de fluide dans les tubulures de nombreuses installations industrielles sont soumis à des variations cycliques de débit. Pour des fréquences particulières, des phénomènes de résonance se produisent, entraînant des variations brusques de la vitesse et de la pression du fluide qui peuvent occasionner des dégradations au circuit aérodynamique [1]...[4].

Nos travaux sur les écoulements en canalisations sont réalisés dans le cas où les fluctuations imposées à l'écoulement sont importantes devant les fluctuations turbulentes ; dans cette optique, nous avons recherché les caractères des évolutions transversales et longitudinales des modulations imposées. Après une brève description du dispositif expérimental permettant d'obtenir un écoulement dont la vitesse varie harmoniquement en fonction du temps, l'étude theorique est abordée à partir d'un schéma monodimensionnel comprenant les équations de continuité, de quantité de mouvement et de compressibilité. Les pertes énergétiques imputables au frottement dans les zônes d'établissement, au frottement dans la zône remplie, aux pertes de charges singulières et au rayonnement à l'entrée de la canalisation sont traduites par un terme dissipatif introduit dans l'équation de quantité de mouvement.

Les principaux résultats obtenus par voie numérique ou expérimentale sont exposés ensuite. La comparaison de ces résultats entre eux montre que nous pouvons restituer l'évolution des amplitudes et des phases des modulations de vitesse et de pression statique, soit, en substituant au coefficient de frottement introduit dans l'équation de quantité de mouvement, un coefficient de frottement apparent incluant les différents effets dissipatifs, soit, en fractionnant le domaine fluide en plusieurs parties, les pertes de charge singulières apparaissant dans une des parties y étant assimilées à un frottement équivalent.

Notations principales

a — célérité du son
D — diamètre de la canalisation
F — fréquence
f — coefficient de frottement
L — longueur de la canalisation
P — pression
p — amplitude de la modulation de la pression statique

t — temps
V — vitesse
v — amplitude de la modulation de vitesse
x, y — abscisse
λ — constante d'intégration
ρ — masse volumique
τ — taux de modulation
w — pulsation

Indice supérieur

$\sim$ quantité complexe associée

Indice inférieur

$_0$ — grandeur moyenne
$_L$ — condition dans la section d'abscisse L

2. Dispositif expérimental. L'étude du comportement des différents paramètres de l'écoulement périodique conduit à réaliser dans la veine d'expérience un écoulement dont la vitesse varie suivant une loi harmonique :

$$V = V_0 + v \cos wt = V_0 \left(1 + \frac{v}{V_0} \cos wt\right) = V_0(1 + \tau \cos wt).$$

La variation de la vitesse autour d'une vitesse moyenne non nulle, est obtenue à partir de la variation de la section sonique d'une tuyère convergente-divergente placée à l'aval de la canalisation. La modulation de la section sonique est due au déplacement sinusoïdal d'un corps central ou „pulsateur" situé sur l'axe de la tuyère. Les dimensions géométriques du pulsateur ont été calculées en supposant que dans la tuyère, l'écoulement était monodimensionnel, isentropique, assimilable à une succession d'états permanents, la section minimale de la tuyère restant localisée à une abscisse fixe [5].

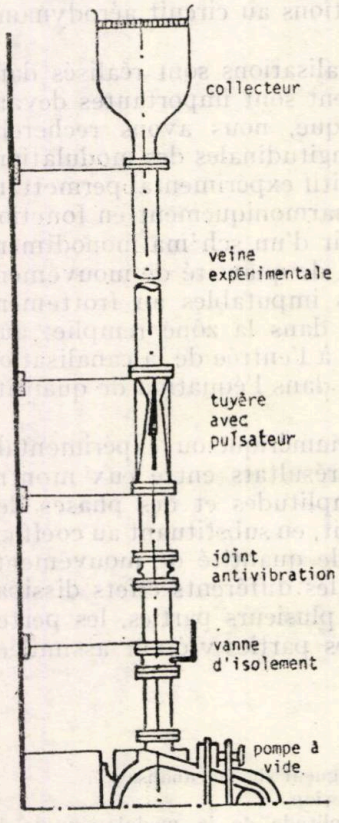


Fig. 1 — Schéma de l'installation.

Dans le cas d'une évolution insentropique permanente du fluide, le rapport S/S_c de la section de la veine à celle du col sonique s'exprime en fonction du nombre de MACH par

$$\frac{S}{S_c} = \frac{1}{M}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}.$$

En supposant que le mouvement du pulsateur est périodique de la forme $y = y_0 - b \sin wt$, sa section est donnée avec une bonne précision par la loi linéaire approchée

$$S(y) = S_0 - kM_0 S\left[1 + \tau \frac{(y_0 - y)}{b}\right],$$

S_0 étant la section de la tuyère.

Les éléments principaux constituant la soufflerie sont représentés sur le schéma de la fig. 1.

Les mesures expérimentales montrent que dans chaque section la vitesse est de la forme $V=V_0\,(1+\tau\cos wt)+v'$ avec un taux d'harmonique négligeable. Le taux de préturbulence de l'écoulement moyen $\sqrt{\overline{v'^2}}/V_0$ est de 2%. Les paramètres caractéristiques de l'écoulement varient dans les gammes suivantes :

$$20\ \text{m/s} \leqslant V_0 \leqslant 80\ \text{m/s},$$

$$4\% \leqslant \tau \leqslant 30\%,$$

$$1\ \text{Hz} \leqslant F \leqslant 50\ \text{Hz}.$$

Les paramètres cinématiques et physiques mesurés en chaque section pour la vitesse et la pression statique sont : la fréquence des modulations, la valeur moyenne, les valeurs efficaces des modulations, la phase des signaux.

3. Étude théorique de l'écoulement. Les principaux paramètres (vitesse, pression, masse volumique) de l'écoulement pulsé en canalisation cylindrique de section constante sont considérés de la forme :

$$V(x,t)=V_0+v(x)\cos(wt+\varphi(x)), \tag{1}$$

$$P(x,t)=P_0+p(x)\cos(wt+\psi(x)), \tag{2}$$

$$\rho(x,t)=\rho_0+\rho(x)\cos(wt+\xi(x)). \tag{3}$$

Cette décomposition en une valeur moyenne et une valeur périodique concorde avec les résultats expérimentaux obtenus pour $1\ \text{Hz} \leqslant F \leqslant 25\ \text{Hz}$, la valeur moyenne ainsi que les profils transversaux des vitesses moyennes restant identiques à ceux de l'écoulement permanent ; le terme v' est négligé devant l'amplitude de la modulation. Le rapport L/D étant important, nous supposons que le profil de vitesse moyen est identique en toute section; ce qui entraîne $\partial V_0/\partial x=0$.

Pour $1\ \text{Hz} \leqslant F \leqslant 25\ \text{Hz}$, la valeur moyenne de la pression statique reste identique à celle de l'écoulement permanent dont la vitesse est égale à la vitesse moyenne de l'écoulement pulsé. Ceci suggère que la valeur moyenne du coefficient de frottement pariétal reste égale à celle de l'écoulement permanent associé.

Cependant, nous avons défini un coefficient de frottement réparti f tout au long de la canalisation en appliquant le théorème généralisé des quantités de mouvement au domaine fluide compris entre la section d'entrée $x_1=0$ et la section de sortie $x_2=115\,D$ [6]. Pour une vitesse de débit de $35\ \text{ms}^{-1}$, sa valeur est de 0,08 ; supérieure à celle du domaine rempli ($f=0{,}06$), elle permet de tenir compte de l'évolution du profil des vitesses dans la zône d'établissement.

Remarque. L'étude développée est applicable au cas où nous considérons plusieurs domaines d'écoulement avec des coefficients de frottement pariétal différents.

3.1. *Expression des différentes équations.* Le système d'équations pour un volume de contrôle situé à une abscisse x comptée à partir de l'extrémité amont de la canalisation est

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial \rho}{\partial x}=0, \tag{4}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial t}+fV^2=0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho}=a^2. \tag{6}$$

3.2. *Résolution du système d'équations.* L'introduction des expressions complexes associées aux expressions de la vitesse (1), de la pression (2) et de la masse volumique (3) dans les équations (4), (5), (6) permet compte tenu de l'équation de compressibilité d'obtenir un système d'équations différentielles du premier ordre en $\tilde{p}$ et $\tilde{v}$, applicable dans le cas des taux de modulations faibles :

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}=\frac{(2fV_0+j\omega)V_0}{a_0^2-V_0^2}\tilde{v}+\frac{fV_0^3-j\omega a_0}{\alpha_0^2\rho_0(a_0^2-V_0^2)}\tilde{p},$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}=-\frac{(2fV_0+j\omega)a_0^2\rho_0}{a_0^2-V_0^2}\tilde{v}-\frac{fV_0^2-j\omega V_0}{a_0^2-V_0^2}\tilde{p}.$$

La résolution de ce système s'effectue par détermination des valeurs propres $r_i=s_i+js_i'$, calculées par une méthode itérative appliquée au domaine complexe (méthode Raphson-Newton) et des vecteurs propres $\tilde{v}(x)$ et $\tilde{p}(x)$.

Les modulations de la vitesse et de la pression statique sont exprimées par les parties réelles de $\tilde{v}(x,t)$ et de $\tilde{p}(x,t)$ soit :

$$v(x,t)=\sum_{i=1}^{2}-\left[\left(s_i+\frac{fV_0^2}{a_0^2-V_0^2}\right)\lambda_i-\left(s_i'-\frac{\omega V_0}{a_0^2-V_0^2}\right)\lambda_i'\right]e^{s_i'x}\cos(\omega t+s_i'x)+$$

$$+\sum_{i=1}^{2}\left[\left(s_i+\frac{fV_0^2}{a_0^2-V_0^2}\right)\lambda_i'+\left(s_i'-\frac{\omega V_0}{a_0^2-V_0^2}\right)\lambda_i\right]e^{s_i'x}\sin(\omega t+s_i'x),$$

$$p(x,t)=\sum_{i=1}^{2}\frac{a_0^2}{a_0^2-V_0^2}e^{s_i'x}[(2fV_0\lambda_i-\omega\lambda_i')\cos(\omega t+s_ix)$$

$$-(2fV_0\lambda_i'+\omega\lambda_i)\sin(\omega t+s_ix)],$$

dans lesquelles λ_i et λ_i' sont des constantes d'intégration.

3.3. *Détermination des constantes d'intégration.* Elles sont calculées à partir des conditions aux limites de la canalisation.

Condition en $x=L=115\,D$. À l'extrémité aval de la canalisation, la variation périodique de la section du col sonique entraîne une modulation périodique de la vitesse à l'entrée de la tuyère. Dand la section $x=L$, nous considérons que, pour toute pulsation, l'amplitude de la modulation de vitesse est constante; l'expression de la vitesse est de la forme $V(L,t)=V_0[1+(v_L/V_0)\cos\omega t]$.

Condition en $x=0$. a) *Entrée avec convergent.* Une relation liant les modulations de vitesse et de pression statique est obtenue en considérant l'écoulement comme incompressible dans le convergent.

$$-\frac{1}{\rho_0}\tilde{p}_{(x=0)}=V_0\left(1+\frac{k}{V_0}\omega\right)\tilde{v}_{(x=0)}.$$

La constante K dépend de la forme du convergent. La valeur expérimentale de K vaut 0,28 ; celle qui est obtenue par le calcul 0,29 [6].

b) *Entrée a bords vifs.* Il est nécessaire d'envisager deux zônes d'écoulement ; l'une comprise entre 0 et 20 D, l'autre comprise entre 20 D et 115 D. Dans la première zône, fortement perturbée, la perte de charge massique est traduite par un coefficient de frottement apparent important $f=0{,}32$. Dans la zône 20 D...115 D le coefficient de frottement réparti vaut 0,07.

Pour les deux configurations d'entrée, la modulation de la pression est nulle en $x=0$ traduisant ainsi une réflexion totale de l'onde de pression.

3.4. *Expression du module et du déphasage des modulations de vitesse et de pression.* La modulation de la vitesse (7) est donnée par une expression de la forme

$$v(x,t)=R(x)\cos wt+S(x)\sin wt.$$

Le rapport de l'amplitude de la modulation de vitesse en une section x de la canalisation à celle qui est imposée à l'extrémité aval de la canalisation est

$$\frac{v(x,t)}{v(L,t)}=\frac{\sqrt{R^2+S^2}}{v_L}.$$

Le retard de phase $\varphi(x)$ entre la modulation de vitesse en une section x et la modulation de vitesse imposée en $x=L$ est donnée par

$$\operatorname{tg}\varphi(x)=-\frac{S}{R}.$$

L'expression de la pression statique (8) peut s'écrire

$$p(x,t)=\frac{a_0^2\rho_0}{a_0^2-V_0^2}\left[T(x)\cos\omega t+U(x)\sin\omega t\right].$$

Le rapport de l'amplitude de la modulation de la pression statique $p(x,t)$ en une section x, à la variation de la pression consécutive au déplacement du pulsateur est

$$\left|\frac{p(x,t)}{p(x,t)_{\omega=0}}\right|=\frac{a_0^2\sqrt{T^2+U^2}}{(a^2-V_0^2)(V_0+2fV_0x)v_L}.$$

Le retard de phase de la modulation de la pression statique par rapport à la grandeur d'excitation a pour valeur

$$\operatorname{tg}\psi(x)=-\frac{U}{T}.$$

3.5. *Influence du frottement pariétal et de la vitesse moyenne.* Un programme de calcul sur ordinateur a été établi à partir des relations précédentes, pour un écoulement pulsé caractérisé par :

$$L=11{,}5\text{ m}\,; \qquad \tau=9\%\,; \qquad 0{,}01\text{ Hz} \leqslant F \leqslant 25\text{ Hz}.$$

Les amplitudes des modulations de la vitesse et de la pression statique ont été calculées en introduisant différentes valeurs du coefficient de frottement et de la vitesse moyenne dans le système d'équations [7].

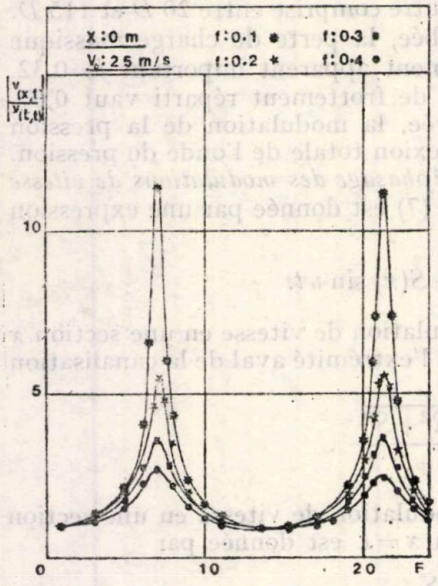


Fig. 2

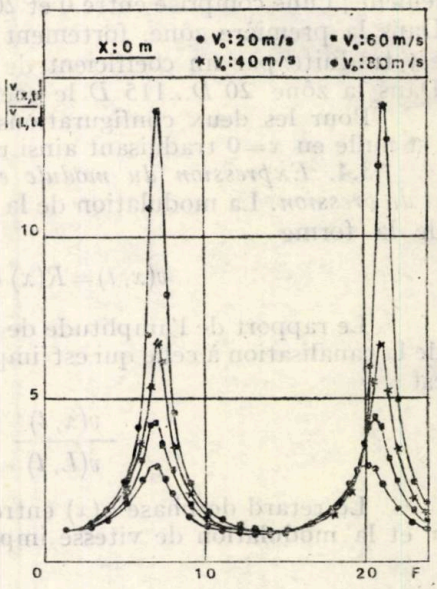


Fig. 3

Les résultats ont montré que :

1. Les fréquences de résonance des modulations de vitesse et de pression statique ne dépendent pas de la valeur du coefficient de frottement.
2. Les fréquences de résonance des modulations de vitesse et de pression statique diminuent lorsque la vitesse moyenne augmente.
3. Les amplitudes des modulations de vitesse et de pression statique sont inversement proportionnelles au coefficient de frottement.

Les fig. 2 et 3 illustrent ces résultats pour la modulation de vitesse.

3.6. *Expression des fréquences de résonance.* Indépendantes du frottement pariétal, les fréquences de résonance sont données par une relation obtenue en résolvant le systeme d'équations différentielles avec $f=0$, dans le cas d'une canalisation à bords vifs.

Les solutions explicites obtenues pour $v(x, t)$ et $\varphi(x)$ sont :

$$\left|\frac{v(x,t)}{v(L,t)}\right| = \left(\cos\frac{\omega x a_0}{a_0^2-V_0^2}\right)\left(\cos\frac{\omega L a_0}{a_0^2-V_0^2}\right)^{-1}; \quad \operatorname{tg}\varphi(x) = -\operatorname{tg}\frac{\omega V_0 (L-x)}{a_0^2-V_0^2}.$$

Les fréquences de résonance de la veine de fluide sont obtenues pour $v(x, t)/v(L, t) \to \infty$, soit pour $\cos[\omega L a_0/(a^2 - V_0^2)] = 0$; d'où

$$F = \frac{(2k+1)a_0(1-M_0^2)}{4L} .$$

4. Analyse des résultats expérimentaux. Comparaison expérience-théorie. Les mesures ont été effectuées en canalisation cylindrique avec convergent dans un écoulement pulsé de vitesse de débit égale à 35 m/s, et un taux de modulation de 9%.

Les évolutions tant théoriques qu'expérimentales de la quantité $\sqrt{\overline{v^2(F)}}/\sqrt{\overline{v^2(0)}}$ pour deux sections situées à $x = 2{,}25$ m et $x = 8{,}25$ m sont représentées sur la fig. 4. Les différentes courbes présentent deux maximums localisés à des fréquences voisines de 7 Hz et de 21,5 Hz. L'amplitude des maximums suivant l'abscisse traduit la mise en résonance de la colonne de fluide pour les deux premiers modes en $\lambda/4$ et en $3\lambda/4$, avec à l'amont un ventre de vitesse et à l'aval, un noeud. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre que la valeur absolue des maximums atteinte par les courbes théoriques est supérieure à celle des courbes expérimentales; le rapport entre valeur théorique et expérimentale étant voisin de 1,8. Cette différence traduit le rôle important de la valeur du coefficient de frottement introduit dans l'équation de mouvement. En effet, une multiplication par un facteur 2 de la valeur de f amène une bonne concordance entre les valeurs théoriques et expérimentales.

Les évolutions de la quatité $\sqrt{\overline{p^2(F)}}/\sqrt{\overline{p^2(0)}}$ sont repésentées sur la fig. 5 pour les deux sections situées à $x = 3{,}25$ m et $x = 10{,}25$ m. Les commentaires concernant les allures des courbes de modulations de la pression sont identiques à ceux indiqués pour la vitesse, les positions des ventres et des noeuds étant inversées. Le rapport entre les valeurs numériques et expérimentales des coefficients de surtension est voisin de 1,4. Une augmentation du coefficient de frottement est là aussi nécessaire pour obtenir des niveaux théoriques et expérimentaux identiques.

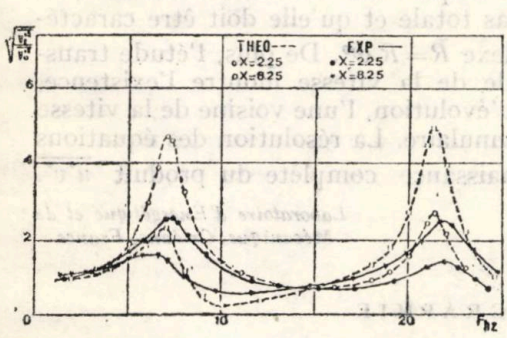


Fig. 4 — Canalisation avec convergent. Valeurs théoriques et expérimentales de $\sqrt{\overline{v^2(F)}}/\sqrt{\overline{v^2(0)}}$ en fonction de la fréquence à $x = 2{,}25$ m et $x = 8{,}25$ m.

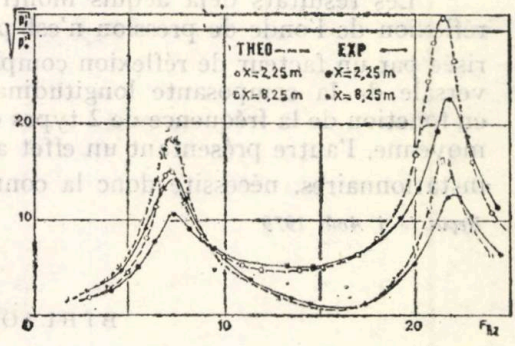


Fig. 5 — Canalisation avec convergent. Valeurs théoriques et expérimentales de $\sqrt{\overline{p^2(F)}}/\sqrt{\overline{p^2(0)}}$ en fonction de la fréquence à $x = 2{,}25$ m et $x = 8{,}25$ m.

Les courbes d'évolution des déphasages des signaux de vitesse et de pression statique sont en bon accord avec l'évolution des amplitudes. Les résonances se distinguent par une variation de $\pi/2$ de la phase. La comparaison théorie-expérience est dans ce cas très satisfaisante (fig. 6), le déphasage étant moins sensible à une variation du coefficient de frottement.

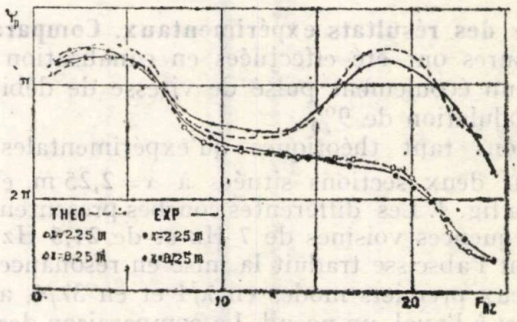


Fig. 6 — Canalisation avec convergent. Valeurs théoriques et expérimentales de $\psi(P)$ en fonction de la fréquence à $x=2{,}25$ m et $x = 8{,}25$ m.

5. Conclusion. Le modèle théorique choisi, pour lequel, nous avons, d'une part, déterminé un coefficient de frottement réparti, et, d'autre part, déduit la condition aux limites amont d'une hypothèse d'écoulement incompressible dans le convergent, permet de comparer de façon satisfaisante les résultats théoriques et expérimentaux. Cependant une majoration du coefficient de frottement local est nécessaire pour obtenir un bon accord entre les résultats théoriques et expérimentaux. La détermination d'un coefficient de frottement moyen est seule possible dans l'hypothèse d'un écoulement monodimensionnel.

Parmi les effets dissipatifs, autres que ceux liés à la rugosité de paroi, deux phénomènes sont présentement à l'étude, l'un dû aux effets de la réflexion partielle, l'autre concernant l'évolution transversale des composants logitudinale et radiale (u^*, v^*) de la modulation de vitesse [8].

Les résultats déjà acquis montrent que dans la section d'entrée, la réflexion de l'onde de pression n'est pas totale et qu'elle doit être caractérisée par un facteur de réflexion complexe $\tilde{R}=R\,e^{i\vartheta}$. De plus, l'étude transversale de la composante longitudinale de la vitesse montre l'existence, en fonction de la fréquence de 2 types d'évolution, l'une voisine de la vitesse moyenne, l'autre présentant un effet annulaire. La résolution des équations instationnaires, nécessite donc la connaissance complète du produit $\overline{u^*v^*}$.

Reçue le 1 Août 1979

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique, Orléans, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Benson R. S., Garg R. D., Woollatt D., *A Numerical Solution of Unsteady Flow Problems.* Int. J. Mech Sc., **6**, 117–144 (1964).
2. Chen Y. N., *Calculation of Gas Vibrations in Reciprocating Compressor Piping Systems.* J. Sound Vib., **5**, 214–256.

3. Zin B. T., Crocco, *Periodic Finite Amplitude Oscillations in Slowly Converging Nozzles.* Astronautica, **13**, 481—488 (1958).
4. Hayama S., Mohri Y., Watanabe T., *Resonant Amplitudes of Pressure Pulsation in Pipelines.* Bull. of the JSME, **20**, 146, 955—962 (Aug. 1977).
5. Plan M., Thomas Jm., Mainardi H., Burnel S., *Soufflerie pour l'étude des écoulements subsoniques à vitesse périodiquement variable.* Aéronautique et Astronautique, **3**, 35, 53—59 (1972).
6. Burnel S., Thomas Jm., *Influence de la forme d'entrée sur un écoulement pulsé en canalisation cylindrique.* Journal de Mécanique appliquée, **2**, 3, 399—417 (1978).
7. Thomas Jm., *Étude théorique et expérimentale des écoulements pulsés en canalisation circulaire.* Thèse Docteur es Sciences, Orléans, Juin 1974.
8. Burnel S., Thomas Jm., *Étude de la zône d'entrée et de l'évolution transversale des modulations de vitesse d'un écoulement pulsé en canalisation cylindrique.* Journées Eurovisc—Orléans, 27—28 Février 1978.

EVOLUȚIA LONGITUDINALĂ A MODULAȚIILOR DE VITEZĂ ȘI DE PRESIUNE STATICĂ A UNEI CURGERI PULSATE

(Rezumat)

Autorii determină caracteristicile evoluțiilor transversale și longitudinale ale modulațiilor impuse. După prezentarea dispozitivului experimental utilizat se expune studiul teoretic ce are la bază o schemă unidimensională cuprinzînd ecuațiile de continuitate, de impuls și de compresibilitate, termenul disipativ care ține seamă de pierderi energetice datorite frecării ș.a. fiind inclus în ecuația impulsului. Se expun apoi principalele rezultate obținute, deosebit de utile în problema înlăturării degradărilor în circuitele aerodinamice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 582.53

INSTALAŢIE PENTRU STUDIUL UNOR FENOMENE LA VIBRAŢIA CORPURILOR ÎN LICHID

DE

ILIE I. RUSU

Interesul crescînd acordat fenomenelor cu caracter nestaţionar care apar la interacţiunea dintre un fluid şi un corp plasat în el, aflate în mişcare relativă, este ilustrat de numărul mare de lucrări cu abordare teoretică sau experimentală. Varietatea instalaţiilor experimentale este justificată de complexitatea fenomenelor a căror abordare teoretică trebuie verificată sau din necesitatea utilizării directe în practică a rezultatelor obţinute experimental.

Pentru a putea studia fenomene legate de vibraţia corpurilor în lichid s-a conceput o instalaţie (fig. 1), realizată printr-o serie de amenajări la canalul hidraulic vitrat din Laboratorul de mecanica fluidelor şi maşini hidropneumatice.

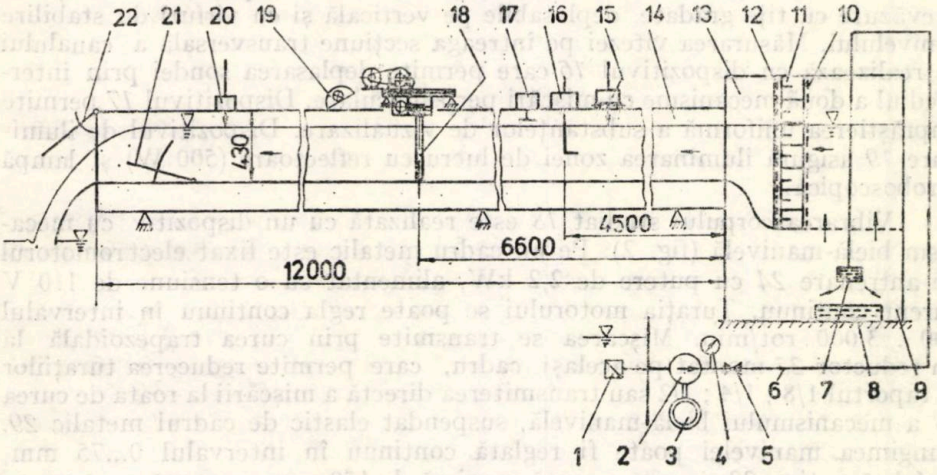


Fig. 1 — Schema canalului hidraulic *1* — sorb cu clapetă, *2* — pompă centrifugă, *3* — electromotor, *4* — manometru, *5* — robinet de reglare, *6* — conductă, *7* — dispozitiv de difuzare, *8* — plasă, *9* — rezervor de liniştire vitrat, *10* — plasă de liniştire, *11* — regularizator de curent, *12* — plase de liniştire, *13* — colector, *14* — canal vitrat, *15* — dispozitiv pentru măsurarea nivelului, *16* — dispozitiv pentru măsurarea vitezei, *17* — dispozitiv de vizualizare, *18* — corp studiat, *19* — dispozitiv de iluminare, *20* — dispozitiv pentru verificarea nivelului, *21* — placă articulată, *22* — placă de închidere.

Funcţionarea instalaţiei în circuit închis este asigurată de o pompă centrifugă *2* tip Aversa C200A, cu un debit de 240 m^3/oră şi o presiune de 3,2 bari, acţionată de un electromotor *3* de curent alternativ trifazat, cu o putere de 45 kW la o turaţie de 1 470 rot/min. Bazinul cu apă subteran are un volum de 60 m^3. Debitul refulat de pompă ajunge la rezervorul de liniştire cu pereţi vitraţi *9* prin intermediul unei conducte *6* de 300 mm diametru, prevăzută la ieşire cu un dispozitiv de difuzare a curentului *7* şi un sistem de plase la bază 8.

Intrarea apei în canalul vitrat *14* se face printr-un colector *13* prevăzut cu plasele de liniştire *10* şi *12* şi regularizatorul de curent *11*. Plasa *10* este metalică, din sîrmă de 2mm grosime cu ochiuri patrate cu latura de 15 mm, iar plasa *12* din material plastic, cu ochiuri patrate cu latura de 1,5 mm şi grosimea firului de 0,5 mm. Regularizatorul de curent *11* este realizat din benzi intersectate de tablă de oţel de 1 mm grosime ; cuprind ochiuri patrate cu latura de 100 mm şi cu lăţimea de 150 mm, fiecare fiind împărţit în alte patru prin benzi de 75 mm lăţime.

Canalul vitrat *14* are o lungime totală de 12 000 mm şi secţiune transversală dreptunghiulară cu baza de 760 mm şi înălţimea de 430 mm. Pereţii laterali şi fundul canalului sînt din sticlă de 10 mm grosime montată pe un cadru metalic cu profile laterale de susţinere la 1 400 mm distanţă. Canalul se sprijină la sol pe trei reazeme. Evacuarea apei se face printr-o gură profilată în bazinul central. La reglarea vitezei apei pe canal prin reglarea debitului pompei se menţine nivelul dorit prin ridicarea sau coborîrea plăcii articulate *21* sau prin manevrarea plăcii de închidere a canalului *22*. În cazul pompei oprite şi plăcii *22* în poziţia închis, se reţine apa pe canal, efectuîndu-se încercări în lichid în repaus.

Măsurarea şi verificarea nivelului se face cu dispozitivele *15* şi *20* prevăzute cu tije gradate, deplasabile pe verticală şi cu vîrfuri de stabilire a nivelului. Măsurarea vitezei pe întreaga secţiune transversală a canalului se realizează cu dispozitivul *16* care permite deplasarea sondei prin intermediul a două mecanisme cu mişcări perpendiculare. Dispozitivul *17* permite împrăştierea uniformă a substanţelor de vizualizare. Dispozitivul de iluminare *19* asigură iluminarea zonei de lucru cu reflectoare (500 W) şi lampă stroboscopică.

Vibrarea corpului studiat *18* este realizată cu un dispozitiv cu mecanism bielă-manivelă (fig. 2). Pe un cadru metalic este fixat electromotorul de antrenare *24* cu putere de 2,2 kW, alimentat cu o tensiune de 110 V curent continuu. Turaţia motorului se poate regla continuu în intervalul 300 ... 3 000 rot/min. Mişcarea se transmite prin curea trapezoidală la un reductor *25* montat pe acelaşi cadru, care permite reducerea turaţiilor în raportul 1/8 ; 1/4 ; 1/2 sau transmiterea directă a mişcării la roata de curea *28* a mecanismului bielă-manivelă, suspendat elastic de cadrul metalic *29*. Lungimea manivelei poate fi reglată continuu în intervalul 0...75 mm, astfel că patina *30* execută o cursă maximă de 150 mm, ce se măsoară cu un şubler fixat la dispozitiv. Reglarea turaţiei electromotorului şi alegerea potrivită a transmisiei prin reductor şi curele permite obţinerea unor frecvenţe de 1 ... 10 Hz la mişcarea patinei, cu stabilirea selectivă a cursei. Deplasarea patinei se face pe două tije *31* susţinute de un cadru metalic.

Întregul ansamblu electromotor — reductor — mecanism bielă-manivelă este prins de flanșa mobilă superioară *32* care reazemă pe o flanșă inferioară identică fixă. Diametrul interior al flanșelor este de 820 mm, cel exterior de 1 000 mm, grosimea fiecăreia fiind de 34 mm. Prin spațiul

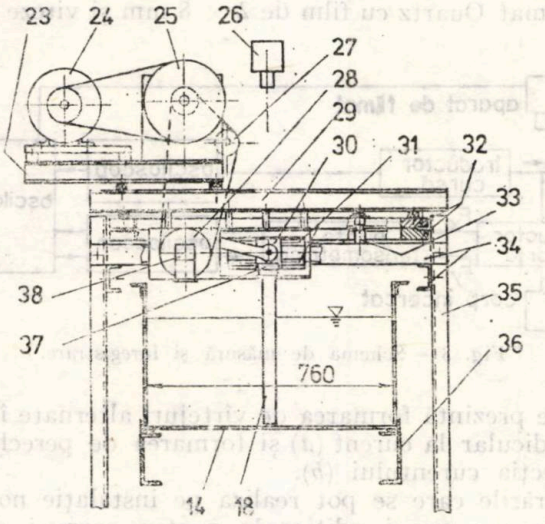


Fig. 2 — Schema dispozitivului de vibrare: *14* — canal vitrat, *18* — corp studiat, *23* — cadru metalic, *24* — electromotor, *25* — reductor, *26* — aparat de filmat, *27* — rolă de întindere a curelei, *28* — roată de curea, *29* — cadru metalic, *30* — patină, *31* — tije, *32* — flanșă superioară și inferioară, *33* — role de ghidare, *34* — profile transversale, *35* — profile verticale, *36* — cadru de susținere a canalului, *37* — traductor de forță, *38* — traductor de cursă.

din interiorul flanșelor se poate observa comod curgerea în jurul corpului studiat. Flanșa superioară este mărginită lateral de patru role *33*, flanșa inferioară fiind susținută de profilele transversale *34*, rezemate la sol prin profilele verticale *35* prevăzute jos cu șuruburi de reglare și tălpi. Flanșa superioară se poate roti față de cea inferioară astfel că se poate modifica direcția de vibrație de la perpendicular pe curent pînă la paralel curentului, în mod continuu sau din 15° în 15° (pentru care sînt prevăzute găuri pentru solidarizarea cu șuruburi a flanșelor). Dacă mecanismul bielă-manivelă se montează rotit cu 90° în plan vertical, se realizează o mișcare de vibrație pe verticală.

În canalul vitrat *14* susținut de cadrul *36* se stabilește nivelul dorit, corpul studiat *18* fiind fixat de patina în mișcare. Între corpul studiat și patină se găsește un traductor tensometric *37* care permite măsurarea simultană a forțelor pe două direcții perpendiculare. Ca traductor de cursă *38* montat pe arborele manivelei servește un dispozitiv cu transmiterea semnalului la distanță [11]. Curgerea vizualizată se înregistrează cu aparatul de filmat *26* care funcționează în repaus sau solidarizat la patina în mișcare.

Schema de măsură (fig. 3) permite obţinerea şi înregistrarea cu oscilograful magnetic a semnalelor direct de la traductorul de cursă şi prin intermediul unei punţi tensometrice de la traductorul de forţe. Verificarea semnalelor se face prin intermediul a două osciloscoape. Declanşarea înregistrării pe film a oscilografului magnetic tip N-102 este corelată cu declanşarea aparatului de filmat Quartz cu film de 2 × 8 mm şi viteze de filmare reglabile.

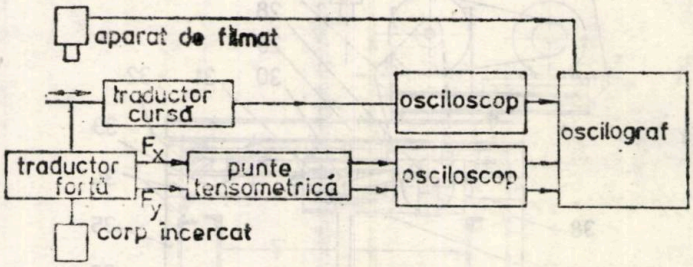


Fig. 3 — Schema de măsură şi înregistrare.

În fig. 4 se prezintă formarea de vîrtejuri alternate în cazul vibraţiei corpului perpendicular la curent (*a*) şi formarea de perechi de vîrtejuri la vibraţie pe direcţia curentului (*b*).

Dintre lucrările care se pot realiza pe instalaţie notăm :

a) determinarea masei adiţionale pentru corpuri de diverse forme aflate în lichid sau la nivelul liber ;

b) determinarea rezistenţei la înaintare în regim nepermanent ;

c) studierea calitativă a dîrei care se formează după diferite corpuri în curent ;

d) studierea interacţiunii dintre corpul vibrat şi lichidul în repaos sau mişcare.

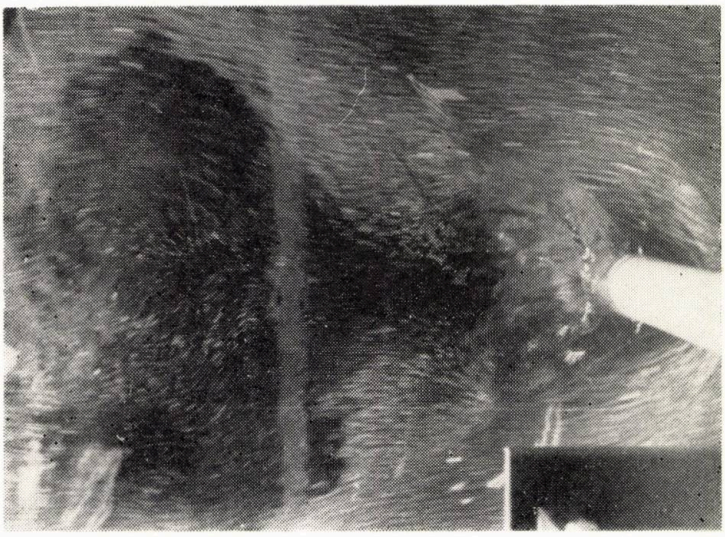
Primită la 26 februarie 1980

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de mecanica fluidelor şi maşini hidropneumatice

BIBLIOGRAFIE

1. Абраменко П. Г., *О присоединенной массе тел, совершающих колебательное движение в условиях мелководя.* Прикладная механика, III, 7 (1967).
2. Блюмина Л. Х., Федяевский К. К., *Силы, визванные срывом вихрей с поверхности неподвижного и колеблющегося круглого цилиндра в плоском потоке.* Промышленная аэродинамика, *30*, 174—187 (1973).
3. Griffin O. M., Skop R. A., *The Vortex-Excited Resonant Vibration of Circular Cylinders.* J. of Sound and Vibr., **31**, *2*, 235—249 (1973).
4. Hamann F. H., Dalton C., *The Forces on a Cylinder Oscillating Sinusoidally in Water.* J. of Eng. for Industry, Trans. ASME, **93**, *4*, 1197—1202 (1971).
5. Хаскинг М. Д., *Гидродинамическая теория качки корабля.* Изд. Наука, M., 1973.
6. Heinzer A., Dalton Ch., *Wake Observations for Oscillating Cylinders.* J. of Basic Eng., Trans. ASME, **91**, *4*, 850—852 (1969).
7. * * * *IUTAM—IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations* (Ed. Eduard Naudascher, Karlsruhe, August 14—16, 1972). Springer-Verlag, Berlin 1974.

a



b

Fig. 4 — Vizualizarea curgerii la vibrația corpului perpendicular pe curent (*a*) și pe direcția curentului (*b*).

8. Laird A. D. K., *Flexibility in Cylinder Groups Oscillated in Water.* J. of the Waterways and Harbors Div., Proc. ASCE, **92**, *3*, 69—85 (1966).
9. Laird A. D. K., Johnson Ch. A., Walker R. W., *Water Eddy Forces on Oscillating Cylinders*, Trans. ASCE, Paper No. *3310*, **127**, *I*, *335—351* (1962).
10. Laird A. D. K., Johnson Ch. A., Walker R. W., *Water Forces on Accelerated Cylinders.* Trans. ASCE, Paper No. *3038*, **125**, *I*, 652—666 (1960).
11 Matei P., *Traductor tahometric.* Brevet R.S.R, nr. *62823*, 1969.
12. Protos A., Goldschmidt V. W., Toebes G. H., *Hydroelastic Forces on Bluff Cylinders.* J. of Basic Eng., Trans. ASME, **90**, *3*, 378—386 (1968).
13. Sarpkaya T., *Added Mass of Lenses and Parallel Plates.* J. of the Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, **86**, *3*, 141—152 (1960).
14. Sarpkaya T., Garrison C. J., *Vortex Formation and Resistance in Unsteady Flow.* J. of Applied Mech., Trans. ASME, **30**, *1*, 16—24 (1963).
15. Савленко Ю. Н., *Гидродинамические силы при синусоидальных колебаниях.* Механика жидкости и газа, *2*, 186—187 (1971).
16. Shih C., *The Drag on Oscillating Flat Plates in Liquids at Low Reynolds Numbers.* J. of Fluid Mech., **48**, *2*, 229—239 (1971).
17. Tanida Y., Okajima A., Watanabe Y., *Stability of Circular Cylinder Oscillating in Uniform Flow or in a Wake.* J. of Fluid Mech., **61**, *4*, 769—784 (1973),
18. Toebes G. H., Ramamurthy A. S., *Fluidelastic Forces on Circular Cylinders.* J. of the Eng. Mech. Div., Proc. ASCE, **93**, *6*, 1—20 (1967).
19. Toebes G. H., *The Unsteady Flow and Wake Near an Oscillating Cylinder.* J. of Basic Eng., Trans. ASME, **91**, *3*, 493—505 (1969).

ANLAGE FÜR DAS STUDIUM EINIGEN ERSCHEINUNGEN BEI SCHWINGUNG DEN KÖRPERN IN FLÜSSIGKEIT

(Zusammenfassung)

Die Anlage enthalt einen Wasserkanal mit einstellbarer Durchflussmenge, auf welchem eine Vorrichtung mit Kurbelgetriebe eingebaut ist, welche den zu studierenden Körper in der Flüssigkeit mit einer Frequenz von 1—10 Hz und einer Amplitude von 75 mm bewegt.

Es gibt die Möglichkeit der Darstellung der Stromlinienbildung und des Messens der auf den Körper ausgeübten Kräfte. Man verfolgt das Studium der Gegenwirkung zwischen dem schwingenden Körper und der Flüssigkeit.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 628.22

INFLUENȚA TURBULENȚEI ȘI VITEZEI CURENTULUI DE APĂ ASUPRA SEDIMENTĂRII SUSPENSIILOR ÎNTR-O INSTALAȚIE DE DECANTARE

DE

EMANOIL BĂRSAN și CĂLIN IGNAT

1. Considerații generale. În procesul de sedimentare se reține gravitațional cea mai mare parte a particulelor solide aflate în suspensie în apa de tratat. Acest proces are loc în decantoare care constituie una din principalele trepte ale unei instalații de limpezire a apei de suprafață.

Pentru o particulă discretă în suspensie (adică o particulă care în procesul de sedimentare nu își modifică mărimea, forma și greutatea) căderea într-un lichid în repaos reprezintă la început o mișcare accelerată, pînă cînd rezistența de frecare datorită vîscozității egalează forța de cădere care acționează asupra particulei. După aceea, particula se depune cu viteză constantă, viteza de sedimentare, denumită și mărimea hidraulică a particulei (w).

Depunerea particulelor aflate în suspensie se poate realiza cînd apa se află în repaos sau cînd curentul de apă are o anumită viteză. Deoarece curentul de apă posedă un anumit grad de turbulență ne propunem să studiem influența turbulenței asupra procesului de sedimentare în decantoare. De asemenea vom urmări influența vitezei curentului de apă asupra aceluiași proces.

2. Sedimentarea lentă. Pentru sedimentarea lentă (fără turbulență), Hazen (1904) [2] a arătat că reținerea r_1 a particulelor discrete cu o mărime hidraulică w unică este descrisă de funcția discontinuă

$$r_1 = \frac{w}{v_0}, \quad \frac{w}{v_0} < 1; \quad r_1 = 1, \quad \frac{w}{v_0} > 1, \tag{1}$$

în care v_0 este viteza curentului de curgere prin decantor. O reprezentare a acestei funcții este dată în fig. 1, curba *1*.

Sedimentarea lentă depinde de viteza de sedimentare și viteza curentului de apă.

Camp (1944) [2] a extins ecuația (1) la cazul particulelor cu o distribuție a vitezei de sedimentare. Reținerea R_l a suspensiilor care se sedimentează în condiții lente este

$$R_l = \frac{1}{v_0}\int_0^{F(v_0)} w\,dF(w) + 1 + F(v_0), \tag{2}$$

în care $F(w)$ este distribuţia vitezei de sedimentare cumulată obţinută experimental prin procedeul lui C a m p [3] (fig. 2).

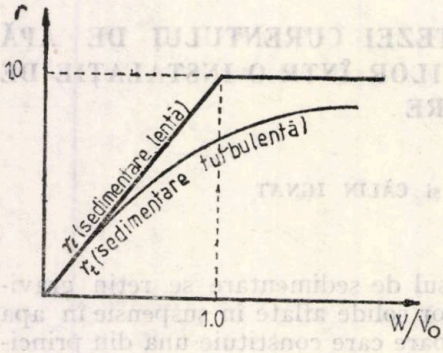


Fig. 1 — Reţinerea r în funcţie de w/v_0 pentru sedimentarea lentă şi turbulentă a particulelor cu o viteză de sedimentare unică.

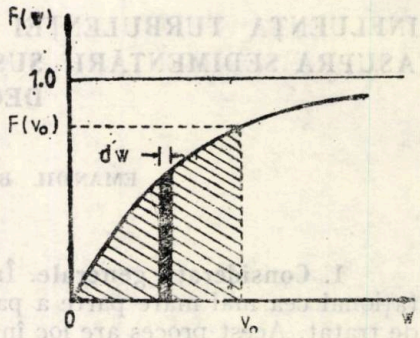


Fig. 2 — Distribuţia cumulată a vitezei de sedimentare.

Integrala din ecuaţia (2) poate fi prezentată şi sub forma

$$\int_0^{F(v_0)} w\,dF(w) = v_0 F(v_0) - \int_0^{v_0} F(w)\,dw. \tag{3}$$

Relaţia (2) devine atunci

$$R_l = 1 - \frac{1}{v_0}\int_0^{v_0} F(w)dw. \tag{4}$$

Integrala din (4) reprezintă aria haşurată din fig. 2.

Dacă se cunoaşte distribuţia vitezei de sedimentare cumulate $F(w)$ sub formă grafică sau analitică, cu (4) sau (2) se poate obţine fracţiunea de sedimente reţinute în decantor. Din ecuaţia (4) se vede că fracţiunea reţinută în decantor, în condiţiile sedimentării lente, depinde de viteza orizontală a curentului apei şi distribuţia vitezei de sedimentare. Aceasta constituie o generalizare a cazului de sedimentare lent a particulelor cu o singură viteză de sedimentare.

3. Sedimentarea turbulentă. Sedimentarea în bazine cu curgere continuă este întovărăşită de turbulenţă care suprapune o mişcare aleatoare a particulelor peste mişcarea de sedimentare.

H a z e n (1904) [2] a găsit că fracţiunea reţinută în regim turbulent r_t a particulelor cu viteză de sedimentare unică este

$$r_t = 1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{w/v_0}{n}\right)^n}, \tag{5}$$

în care n este numărul de celule de mărime egală așezate în serie cu un amestec complet.

Pentru un număr n infinit de mare relația (5) devine

$$r_t = 1 - \frac{1}{\lim\limits_{n \to \infty}\left(1 + \frac{w/v_0}{n}\right)^n}, \tag{6}$$

sau

$$r_t = 1 - e^{-w/v_0}. \tag{7}$$

Și în acest caz fracțiunea din suspensii reținute depinde de viteza de sedimentare a particulelor și a curentului de apă.

În condiții de sedimentare lentă, depunerea este o funcție liniară de aceste variabile, în timp ce în condiții turbulente ea urmează o lege exponențială. Din fig. 1 se vede că turbulența are un efect de întîrziere asupra sedimentării în comparație cu condițiile lente.

Folosind concepțiile moderne asupra turbulenței Dobbins (1944) [2] a construit un model pentru sedimentarea particulelor cu o viteză de sedimentare unică, depunerea făcîndu-se în condiții de turbulență izotropă, pornind de la o concentrație uniformă și cu admiterea ipotezei că nu are loc detașarea particulelor de pe fundul decantorului. Modelul conduce la o relație complicată pentru utilizarea practică. Cu ea se arată că în cazul lipsei turbulenței se ajunge la ecuația (1) iar pentru turbulență infinită se ajunge la (7).

Dacă în locul unei viteze unice de sedimentare se admite o distribuție a vitezelor de sedimentare (fig. 3) se poate generaliza modelul de întîrziere exponențială dat de relația (7).

Pentru un interval mic a lui w (fig. 3) se vede că termenul $f(w)\mathrm{d}w$ reprezintă fracțiunea din particulele aflate în suspensie care au o viteză de sedimentare cuprinsă între w și $w+\mathrm{d}w$. Prin urmare reținerea elementară $\mathrm{d}R_t$ are expresia

$$\mathrm{d}R_t = r_t f(w)\mathrm{d}w, \tag{8}$$

unde r_t este reținerea suspensiilor cu o viteză de sedimentare unică.

Integrînd pe întreaga distribuție de viteze de sedimentare se obține reținerea totală a suspensiilor

$$R_t = \int_0^\infty r_t f(w)\mathrm{d}w, \tag{9}$$

unde r_t este dat de (7).

Expresia (9) devine

$$R_t = \int_0^\infty (1 - e^{-w/v_0}) f(w)\mathrm{d}w \tag{10}$$

sau

$$R_t = 1 - \int_0^\infty e^{-w/v_0} f(w)\, dw. \tag{11}$$

Prin urmare, reținerea particulelor depinde de gradul de turbulență, de caracteristicile suspensiilor aflate în apă și viteza curentului din decantor.

Deoarece experimental se poate obține distribuția vitezelor de sedimentare cumulată [3], ecuația (11) se va modifica corespunzător.

Integrînd prin părți și introducînd $dF/dw = f(w)$ se poate arăta că

$$\int_0^\infty e^{-w/v_0} f(w) dw = \frac{1}{v_0} \int_0^\infty e^{-w/v_0} F(w)\, dw. \tag{12}$$

Atunci (11) devine

$$R_t = 1 - \frac{1}{v_0} \int_0^\infty e^{-w/v_0} F(w)\, dw. \tag{13}$$

Pentru calculul numeric se scrie (13) sub forma

$$R_t = \frac{1}{v_0} \int_0^\infty e^{-w/v_0} [1 - F(w)] dw. \tag{14}$$

În considerarea distribuției de viteze de sedimentare cumulate nu s-a făcut nici o restricție în relațiile (13) și (14), ceea ce permite utilizarea lor pentru orice tip de distribuție, cu condiția de a cunoaște expresia analitică a acestei distribuții.

4. Influența turbulenței asupra sedimentării suspensiilor. Pentru a pune în evidență influența turbulenței asupra sedimentării, vom considera o apă care are în suspensie un pămînt de diatomee [2] a cărei distribuții de viteze de sedimentare cumulată stabilită după procedeul C a m p [3] este dată de relația

$$F(w) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln w + 3{,}533}{1{,}838}\right)\right]. \tag{15}$$

Considerînd viteza orizontală a curentului de apă v_0 cuprinsă între 0,02 cm/s și 1 cm/s, valori ce cuprind vitezele de lucru curente ale decantoarelor [1], ecuațiile (4) și (14) au valorile date în tabelul 1 și reprezentarea grafică în fig. 4. Pentru calculul lor s-a utilizat calculatorul FELIX-256.

Integralele s-au calculat utilizînd formula de cuadratură numerică a lui Romberg din biblioteca de subprograme matematice a sistemului FELIX în cazul integralei (4) și cu aplicare iterativă în cazul integralei(14). Pentru calculul funcției erf(w) care intervine în (15) s-a apelat subprogramul corespunzător din MATHLIB. În apelarea programelor eroarea admisă a fost prescrisă la 10^{-4}.

Tabelul 1

v_0	R_1	R_t	v_0	R_1	R_t
0,02	0,8043	0,6943	0,48	0,1294	0,1107
0,04	0,6510	0,5372	0,5	0,1248	0,1071
0,06	0,5480	0,4455	0,52	0,1205	0,1037
0,08	0,4740	0,3831	0,54	0,1156	0,1005
0,1	0,4180	0,3374	0,58	0,1093	0,0947
0,12	0,3740	0,3022	0,62	0,1029	0,0895
0,14	0,3385	0,2747	0,66	0,09724	0,0849
0,16	0,3093	0,2511	0,7	0,09212	0,0876
0,18	0,2847	0,2319	0,72	0,08976	0,07884
0,2	0,2637	0,2157	0,74	0,08751	0,077
0,22	0,2456	0,2015	0,76	0,08537	0,07525
0,24	0,2298	0,1893	0,78	0,08334	0,07358
0,26	0,2159	0,1785	0,8	0,08139	0,07198
0,28	0,2036	0,1689	0,82	0,0754	0,0704
0,3	0,1926	0,1603	0,86	0,07606	0,06759
0,32	0,1827	0,1526	0,88	0,07444	0,06624
0,34	0,1738	0,1457	0,9	0,07288	0,06495
0,36	0,1657	0,1393	0,92	0,07138	0,06371
0,38	0,1583	0,1335	0,94	0,06995	0,06251
0,4	0,1516	0,1282	0,96	0,06856	0,06136
0,42	0,1453	0,1233	0,98	0,06724	0,06025
0,44	0,1396	0,1188	1,00	0,06596	0,05918
0,48	0,1343	0,1146	1,010	0,06534	0,05866

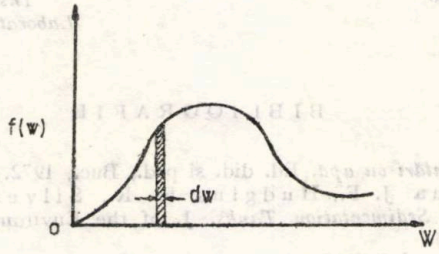


Fig. 3 — Distribuţia vitezei de sedimentare.

5. Concluzii. 1. Pentru distribuţia de viteze de sedimentare cumulată folosită, creşterea vitezei curentului de apă duce, iniţial, la o scădere rapidă a fracţiunii de suspensii reţinute în decantor (intervalul $v_0=0{,}02...\ 0{,}28$ cm/s) (fig. 4), după care urmează o scădere lentă (intervalul $v_0=0{,}28\ ...\ 1$ cm/s). Peste $v_0=1$ cm/s, practic, reţinerea devine independentă de viteza de curgere a apei în decantor.

2. Fracţiunea de suspensii reţinute în regim turbulent, în comparaţie cu sedimentarea lentă, este mai mică cu 10% ($v_0=0{,}12$ cm/s) pînă la 20% ($v_0=1$ cm/s).

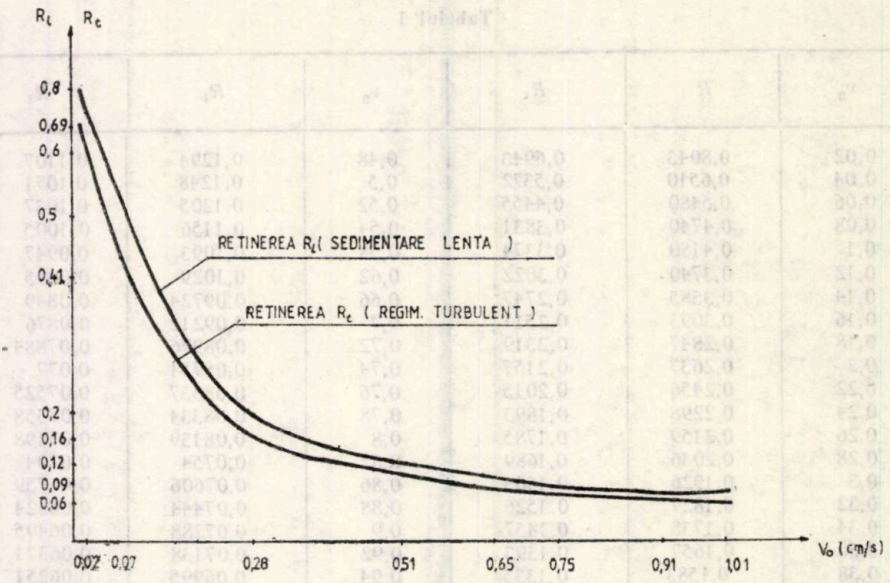


Fig. 4

3. Pentru reținerea unei fracțiuni impuse din suspensiile aflate în apă, regimul turbulent cere o mărire a lungimii decantorului funcție de viteza de curgere a apei în decantor v_0.

Primită la 11 iulie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de alimentări cu apă

BIBLIOGRAFIE

1. Trofin P., *Alimentări cu apă*. Ed. did. și ped., Buc., 1972.
2. Cordoba-Molina J. F., Hudgins R. R., Silveston P. L., *Settling in Continuous Sedimentation Tanks*. J. of the Environmental Eng. Div., EE 6 (Dec. 1978).
3. Hedberg T., *Flocculation, Sedimentation and Filtration*. Göteborg, 1976.

THE TURBULENCE INFLUENCE AND THE OVERFLOW RATE OF THE TANK UPON THE SEDIMENTATION OF SUSPENSIONS IN A SETTLING PLANT

(Summary)

The sedimentation process is influenced by the turbulence and by the overflow rate of the passing water through the settler.

Using the cumulative settling velocity distribution given by Eq. (15) and Eqs. (4)and (14) one finds that the removal of suspensions undergo a decrease according to the increase of water overflow rate as it is shown in Fig. 4.

The removed fraction of particles in turbulent sedimentation is smaller with 10% (v_0= =0,12 cm/s) to 20% (v_0= 1 cm/s) in comparison with the quiescent sedimentation.

For the removal of a imposed fraction of the suspensions from water, the turbulent sedimentation asks for an increase of the settling length according to the overflow rate v_0 of the tank.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 621.833

MECHANISMS WITH CYLINDRICAL GEAR WHEELS WITH SMALL NUMBER OF TEETH AND INVOLUTE PROFILE

BY

V. MERTICARU and V. ATANASIU

1. General Considerations. The gear wheels with involute profile have a differing spread in all fields of machine construction [2], [3], [4], [13], [19]. Their use was long limited at a number z_{min} of teeth determined by condition to avoid the profile interference. The use of the gear wheels with small number of teeth was limited so long from any lacunae in their theory and calculus but especially on account of limits determined by gear cutting machine performances.

These last years the research works aim to extend the use of the gear wheels through the durability and the carrying capacity increase as well as through the dynamic phenomena reduction [2], [5], [6], [8], [10] ... [12], [14] ... [16]. The electronic computers permit the ample and precise quantitative research works destined to study thorougly the knowledge, calculus and modelling of the mechanisms with gear wheels [1]. In these conditions, these last years, it confers a growing attention to use of gear wheels with small number of teeth [7], [9], [12], [17], [18], owing to the advantages that they present through the possibility to realize great ratio of transmission at small dimensions.

The present paper intends to contribute on quantitative explanation of the possibility to realize and use the gear wheels with small number of teeth.

2. Avoidance of the Negative Phenomena which Appear at Gear Wheels with small number of teeth engendering. The gear wheels with small number of teeth realization was limited at engendering, by two negative phenomena : tooth undercutting and tooth top sharpening.

The optimum choosing of the profile displacement assures the avoidance of these negative phenomena.

2.1. *Undercutting Avoidance.* Fig. 1 shows the work scheme for determination of minimum profile displacement ξ_{min} which assures the tooth undercutting avoidance.

The tooth undercutting appears when the point M passes to the right of the point K. The limiting imposed condition consequently is

$$KP \geqslant MP,$$

(1)
$$KP = \tfrac{1}{2} D_{r0} \sin \alpha_{0a} = \tfrac{1}{2} m_a z \sin \alpha_{0a},$$

$$MP = \frac{NP}{\sin \alpha_{0a}} = \frac{m_n(f_0 - \xi)}{\sin \alpha_{0a}} = \frac{m_a(f_0 - \xi) \cos \beta_0}{\sin \alpha_{0a}}.$$

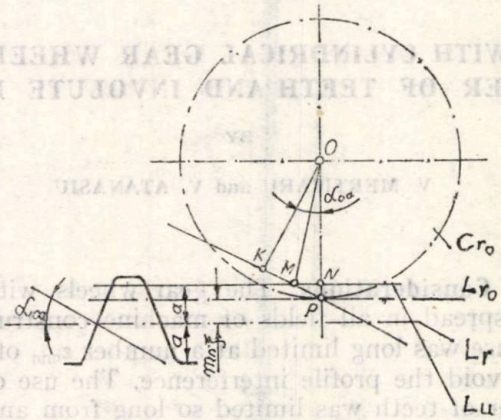


Fig. 1

After replacement in relation (1) it results

(2)
$$\xi_{min} = f_0 - \frac{z \sin^2 \alpha_{0a}}{2 \cos \beta_0}.$$

Because

$$\sin \alpha_{0a} = \frac{\tan \alpha_{0n}}{\sqrt{\tan^2 \alpha_{0n} + \cos^2 \beta_0}},$$

we get

(3)
$$\xi_{min} = f_0 - \frac{z \tan^2 \alpha_{0n}}{2 \cos \beta_0 (\tan^2 \alpha_{0n} + \cos^2 \beta_0)}.$$

For toothing with a standard hobbing cutter $\alpha_{0n} = \pi/9$, $f_0 = 1$, and

(4)
$$\xi_{min} = 1 - \frac{0\,066248\, z}{\cos \beta_0 (0.132496 + \cos^2 \beta_0)}.$$

For spur gears, $\beta_0 = 0$, and

(5)
$$\xi_{min} = 1 - 0\,0585\, z.$$

The relations (3), (4) and (5) attest that for tooth undercutting avoidance, at gear wheels with small number of teeth, they are necessary great profile displacements. In this way at spur gears, for $z = 1$, $\xi_{min} = 0\,9415$.

The great profile displacements have as direct consequence tooth top sharpening.

2.2. *Tooth Top Sharpening Avoidance.* For the general case of a cylindrical helical gear wheel with involute profile, the tooth thickness upon a certain circle of D diameter (Fig. 2),

$$s_D = D\left(\frac{\pi + 4\xi \tan \alpha_{0n}}{2z} - \right.$$

$$\left. - \text{inv}\, \alpha_{Da} + \text{inv}\, \alpha_{0a}\right). \tag{6}$$

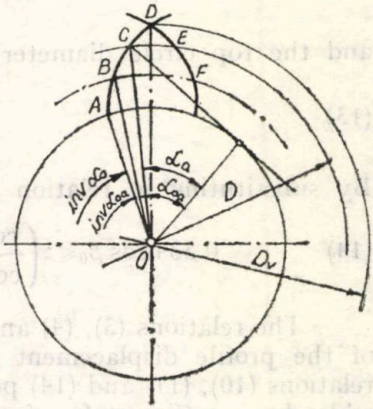


Fig. 2

The tooth thickness upon the addendum circle

$$s_{De} = s_e = D_e\left(\frac{\pi + 4\xi \tan \alpha_{0n}}{2z} - \right.$$

$$\left. - \text{inv}\, \alpha_{ea} + \text{inv}\, \alpha_{0a}\right).$$

After substitution of external diameter D_e through

$$D_e = m_a(z + 2(f + \xi)\cos \beta_0),$$

$$s_e = m_a(z + 2(f + \xi)\cos \beta_0)\left(\frac{\pi + 4\xi \tan \alpha_{0n}}{2z} - \text{inv}\, \alpha_{ea} + \text{inv}\, \alpha_{0a}\right). \tag{7}$$

The tooth top sharpening determines its strenght diminution. For hardened teeth it is recommended

$$s_e \geqslant 0.5\ m_n. \tag{8}$$

For normalized or improved teeth

$$s_e \geqslant 0.3\ m_n. \tag{9}$$

For the tooth top sharpening avoidance it reduces the addendum that's equivalent to reduce the coefficient of the addendum f.

By using the ξ_{min} determined for tooth undercutting avoidance and the relations (8), (9) one determines a value f_{max} from

$$0\,5\cos \beta_0 \leqslant (z + 2(f_{max} + \xi_{min})\cos \beta_0)\left(\frac{\pi + 4\xi_{min} \tan \alpha_{0n}}{2z} - \text{inv}\, \alpha_{ea} + \text{inv}\, \alpha_{0a}\right), \tag{10}$$

for hardened teeth, and

$$0\,3\cos \beta_0 \leqslant (z + 2(f_{max} + \xi_{min})\cos \beta_0)\left(\frac{\pi + 4\xi_{min} \tan \alpha_{0n}}{2z} - \text{inv}\, \alpha_{ea} + \text{inv}\, \alpha_{0a}\right), \tag{11}$$

for normalized or improved teeth.

Another recomandation for tooth top sharpening avoidance, without considering the thermic treatment was, [19]

$$R_v - R_e = \tfrac{1}{2}(D_v - D_e) = 0.167\ m_n. \tag{12}$$

The relation (6) permits to determine angle α_{va}. By making

$$s_{D_v}=0, \quad \text{inv}\,\alpha_{va}=\text{inv}\,\alpha_{0a}+\frac{\pi+4\xi_{\min}\tan\alpha_{0n}}{2z},$$

and the top circle diameter becomes

$$D_v=D_{ro}\frac{\cos\alpha_{0a}}{\cos\alpha_{va}}. \tag{13}$$

By substituting in relation (12) it results

$$0.334\cos\beta_0\leqslant z\left(\frac{\cos\alpha_{0a}}{\cos\alpha_{va}}-1\right)-2(f_{\max}+\xi_{\min})\cos\beta_0. \tag{14}$$

The relations (3), (4) and (5) permit to determine the minimum value of the profile displacement $\xi_{\min}$ for tooth undercutting avoidance. The relations (10), (11) and (14) permit to determine the maximum value of the addendum coefficient $f_{\max}$ for the tooth top sharpening avoidance.

The logical scheme to establish the values of $\xi_{\min}$ and $f_{\max}$ is shown in Fig. 3.

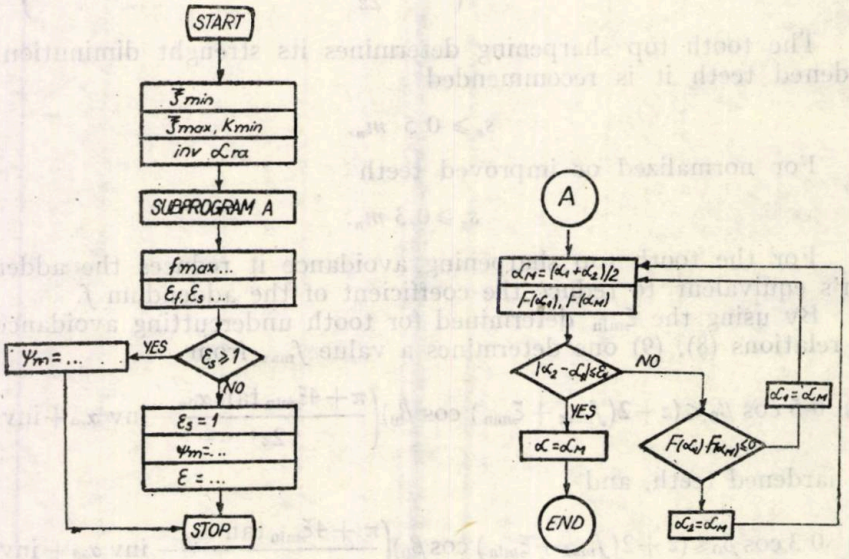


Fig. 3

Figs. 4, 5 and 6 show the values of $\xi_{\min}$ for tooth undercutting avoidance and of $\xi_{\max}$ for tooth top sharpening avoidance function of number of teeth z. Figs. 7, 8 and 9 show the values of $\xi_{\min}$ and $f_{\max}$ function of the number of teeth z for different values of the teeth inclination angle β_0.

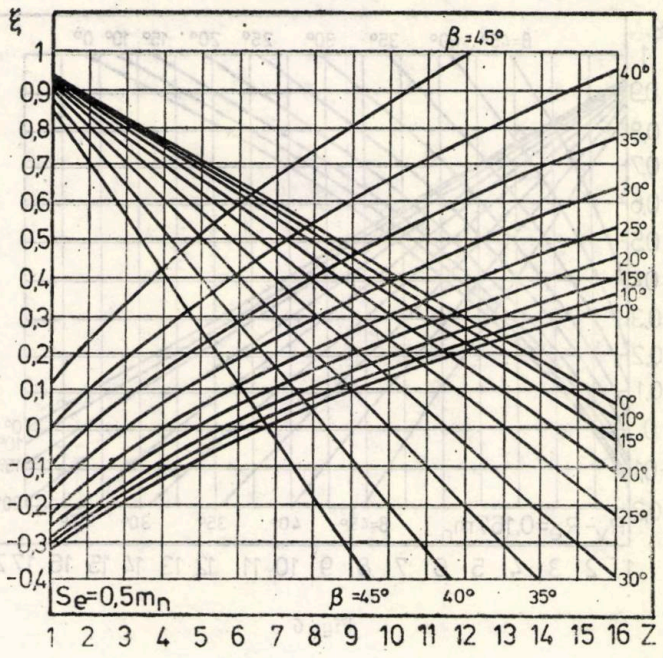

ξ
β=45°
40°
35°
30°
25°
20°
15°
10°
0°
Se=0,5mn
β=45°
40°
35°
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 Z

Fig. 4

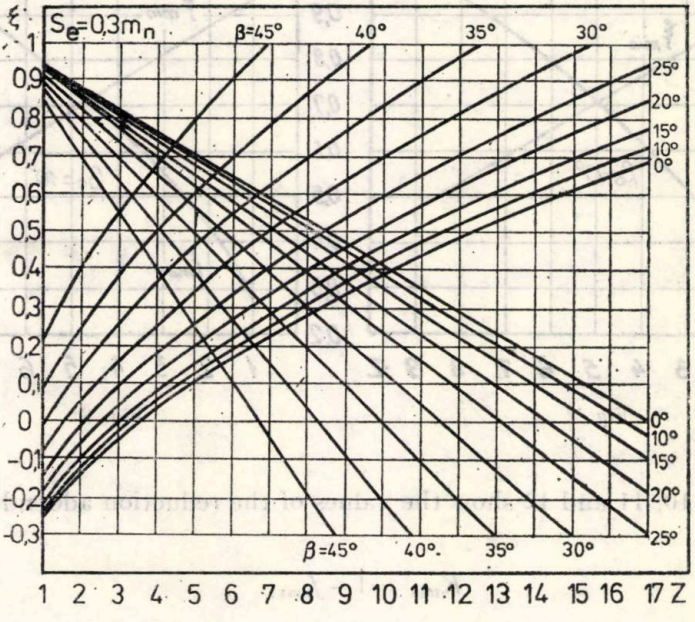

ξ
Se=0,3mn
β=45°
40°
35°
30°
25°
20°
15°
10°
0°
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 Z

Fig. 5

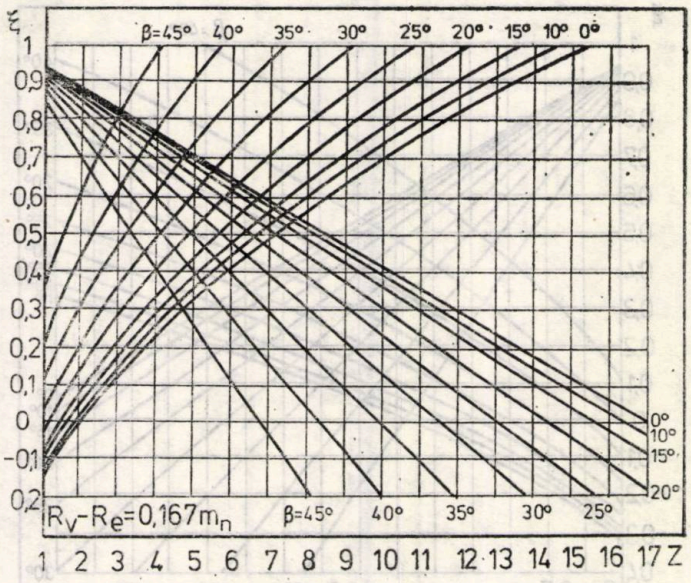


Fig. 6

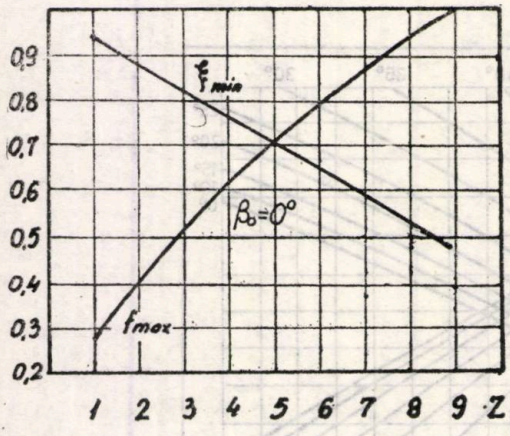


Fig. 7

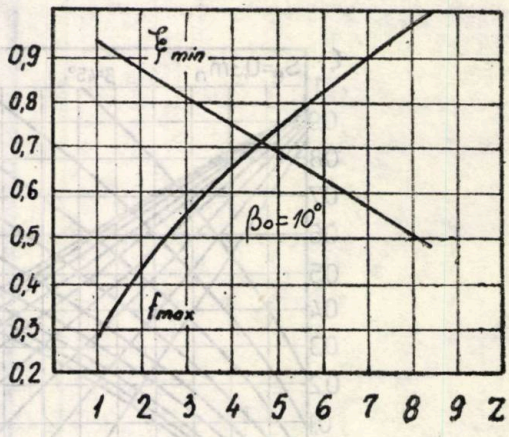


Fig. 8

Figs. 10, 11 and 12 show the values of the reduction addendum coefficient K_{min},

(15) $$K_{min} = 1 - f_{max},$$

function of the number of teeth z and teeth inclination angle β_0.

3. Necessary Covering Degree Ensuring for mechanisms with gear wheels with small number of teeth. The total covering degree of a mechanism with helical gear wheels is

(16) $$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_s.$$

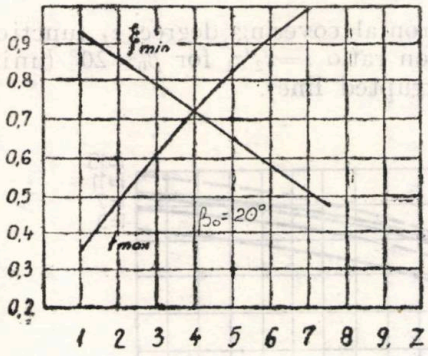


Fig. 9

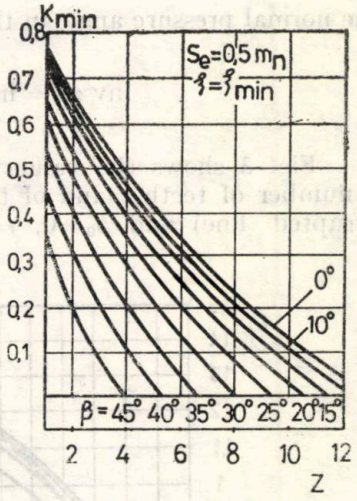


Fig. 10

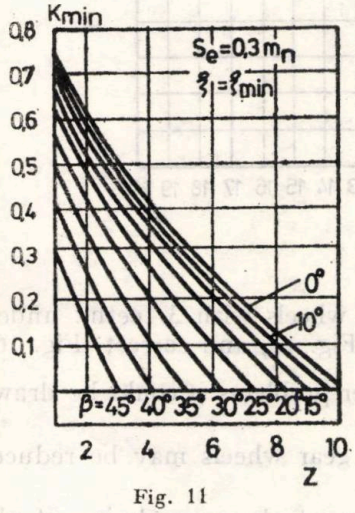


Fig. 11

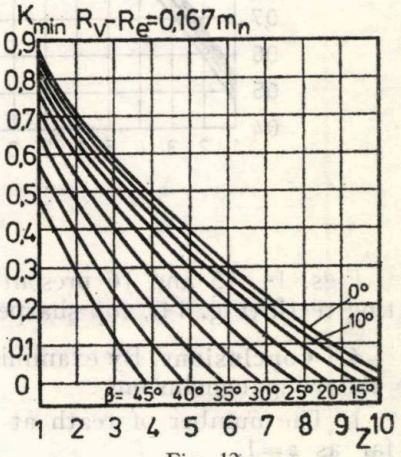


Fig. 12

The frontal covering degree is

(17)
$$\varepsilon_f = \frac{1}{2\pi}\left(\sqrt{\left(\frac{z_1+2(f_1+\xi_1)\cos\beta_0}{\cos\alpha_{0a}}\right)^2 - z_1^2} + \sqrt{\left(\frac{z_2+2(f_2+\xi_2)\cos\beta_0}{\cos\alpha_{0a}}\right)^2 - z_2^2} - (z_1+z_2)\tan\alpha_{ra}\right),$$

and the supplementary covering degree

$$\varepsilon_s = \frac{B}{\pi m_n} \sin \beta_0. \tag{18}$$

The normal pressure angle in the frontal plane α_{ra} is

$$\text{inv } \alpha_{ra} = \text{inv } \alpha_{0a} + 2\frac{\xi_1 + \xi_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_n.$$

Fig. 3 shows the values of the frontal covering degree ε_f function of number of teeth z and of transmission ratio $i = z_2/z_1$ for $\beta_0 = 20°$ (uninterrupted line) and $\beta_0 = 0$, $i = 7$ (interrupted line).

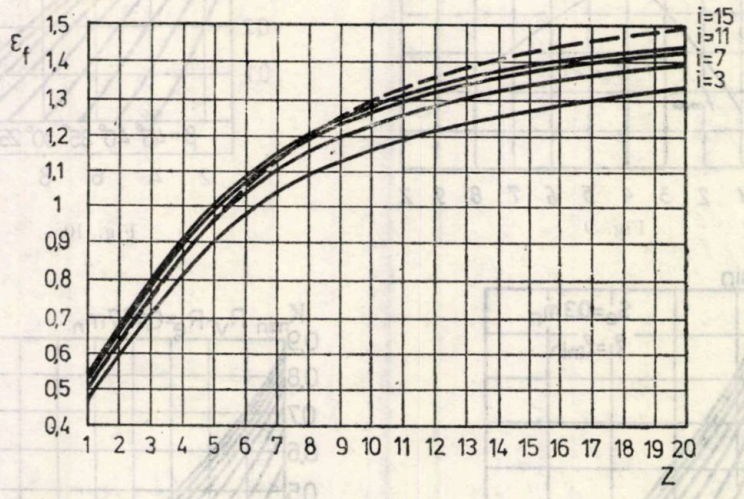


Fig. 13

Figs. 14, 15 and 16 present some gear wheels with 3 teeth : undercutting teeth (Fig. 14), top sharpened teeth (Fig. 15) and correct (Fig. 16).

4. Conclusions. By examining the upper problems it could be drawn the following conclusions :

1. The number of teath at cylindrical gear wheels may be reduced as far as $z = 1$.

2. The negative phenomena that appear at the engendering of the gear wheels with small number of teeth may be avoided through the optimum choosing of the profile displacement coefficient ξ and of the addendum coefficient f (Figs. 4...12).

3. The ensuring of the necessary covering degree at the mechanisms with cylindrical gear wheels with small number of teeth is possible through the optimum choosing of teeth inclination angle β_0, and of gear rim width B (Fig. 13, relations (16), (17), (18)).

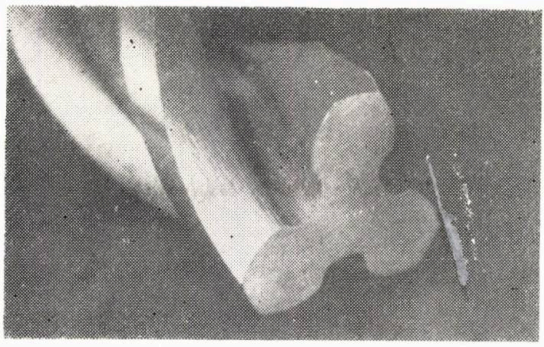


Fig. 14

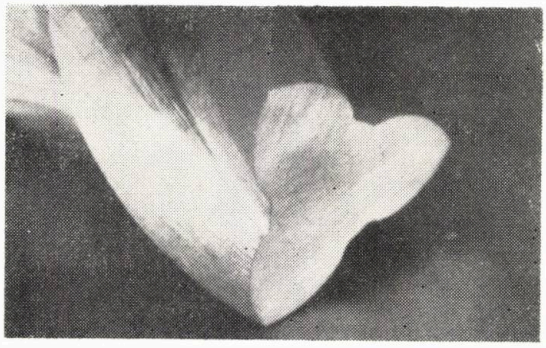


Fig. 15

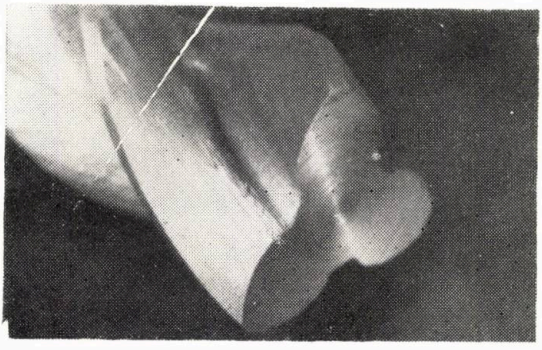


Fig. 16

Notations

C_{r0} — engendering rolling circle
L_{r0} — engendering rolling line
L_r — generating line
L_u — available profile line
α_{0a} — engendering normal pressure angle in the frontal plane
α_{0n} — engendering normal pressure angle in the normal plane
m_n — module in the normal plane
m_a — module in the frontal plane
ξ — profile displacement coefficient
a — addendum
$\overline{KMP}$ — line of action (Fig. 1)
D_{r0} — diameter of the engendering rolling circle
f_0 — reference coefficient of the addendum
β_0 — helix angle
f — coefficient of the addendum of the gear wheel

Received June 6, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Dancea I., *Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic și de cercetare științifică.* Ed. „Dacia", Cluj-Napoca, 1973.
2. Eiselt H., *Verzahnungsgeometrische Beziehungen zur Berechnung der Reibungszahl, Reibungsarbeit, Reibungsleistung, Eingriffszeiten und Ausgangsgrössen zur Berechnung des Verschleisses bei Evolventischen Zahnrädern.* Maschinenbautechnik, *19* (1970).
3. Юдин В. А., Петрокас Л. В., *Теория механизмов и машин.* Вышая школа, М, 1977.
4. Кожевников С. Н., *Механизмы — справочное пособие.* Машиностроение, М., 1977.
5. Merticaru V., *Influence of Different Parameters Concerning the Gear Noise Reduction.* Bul. Inst. polit., Iași, **XVI**(**XX**), *3—4*, s. IV, 95—102 (1970).
6. Merticaru V., *Processing Precision Influence upon the Gear Noise and Vibrations.* 9-th International Congress on Acoustics, Madrid, Spain, 1977, *E 56*, p. 206.
7. Merticaru V., Atanasiu V., *Computation Algorithm Programed in FORTRAN toAvoid the Negative Phenomena at Generation of the Cylindrical Gears with Small Number of Teeth.* Simpozion de mecanisme și organe de mașini, Universitatea din Brașov, 1978, Vol. **I**, pp. 197—203.
8. Merticaru V., Popinceanu N., Atanasiu V., Popovici A., *Încercări rapide de durabilitate la angrenaje.* Conferința Națională „Tribotehnica", 1978, Galați, Vol. **I**, pp. 281—287.
9. Merticaru V., Atanasiu V., *Avoiding Teeth Gears Topping for Crest-Width.* Papers of the World Symposium on Gears and Gear Transmissions, Dubrovnik-Kupari, Yugoslavia, September 13—16, 1978.
10. Merticaru V., *Tooth Profile Error as Perturbing Factor in the Dynamics of Mechanisms with Gear Wheels.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXV**(**XXIX**), *1—2*, s. IV, 39—46 (1979).
11. Merticaru V., Atanasiu V., *Mathematical Model and Computer Program in FORTRAN for Helical Gearing Noise.* Papers of the Fifth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Montreal, Canada, July 8—13, 1979, Vol. 2.
12. Merticaru V., Atanasiu V., *Optimum Design of Mechanisms with Spur and Helical Gears and Involute Profile.* Papers of the Fifth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Montreal, Canada, July 8—13, 1979, Vol. 2.
13. Müller H. W., *Small Gear Sizes by Using Bicoupled Planetary Transmissions.* Proceedings of the Fifth World Congress on Theory of Machines and Mechanisms, Montreal, Canada, July 8—13, 1979, Vol. **I**, pp. 755—758.
14. Nielsen T. C., *Angular Errors in Gears.* Gear Design and Applications, New-York, 1967.
15. Niemann G., Richter E., *Versuchsergebnisse zur Zahnflanken Tragfähigkeit.* Konstruktion, 5 (1960).
16. Plieininger A., *Die Auswirkung der Stollenzahl und des Runlaffelers von Wälzfräsern auf die Zahnform.* V.D.I. Berichte, *47* (1961).

17. Roth K., *Evolventenverzahnungen für parallele Achsen mit Ritzelzähnezahlen von 1 bis 7*, V. D. I.—Zeitschrift, **107**, 6, 275—284 (1965).
18. Roth K., *Stirnradpaarungen mit 1 bis 5 Zähnigen Ritzeln im Maschinenbau.* Konstruktion, **26**, 425—429 (1974).
19. Sauer L., Horovitz B., Vasu T., Miloiu Gh., Thomae V., Saanen E. V., Chiriacescu S., *Angrenaje.* Ed. tehn., Buc., 1970.

MECANISME CU ROȚI DINȚATE CILINDRICE CU NUMĂR MIC DE DINȚI ȘI PROFIL ÎN EVOLVENTĂ

(Rezumat)

Lucrarea prezintă modul de alegere optimă a coeficientului de deplasare a profilului ξ și a coeficientului de înălțime a capului dintelui f pentru evitarea subtăierii dintelui la bază și a ascuțirii dintelui la vîrf la danturarea roților cu număr mic de dinți ($z \geqslant 1$). De asemenea, se stabilesc condițiile de realizare a gradului de acoperire necesar prin alegerea optimă a unghiului de înclinare a dintelui β_0 și a înălțimii coroanei dințate B, la astfel de roți.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.835

DETERMINAREA OPTIMĂ, PE CALE NUMERICĂ, A RAZEI MINIME A CAMEI ÎN CAZUL MECANISMELOR PREVĂZUTE CU TACHET DE TRANSLAŢIE ŞI TALPĂ

DE

CEZAR DUCA şi ADRIAN POPOVICI

Problema determinării razei minime a camei în cazul mecanismelor cu tachet de translaţie şi talpă cunoaşte o rezolvare grafică, devenită clasică [1], [2]. Această rezolvare prezintă, pe lîngă neajunsurile cunoscute ale metodelor grafice, unele dificultăţi de interpretare a rezultatelor în anumite situaţii particulare.

În această lucrare se propune o metodă numerică vizînd eliminarea dezavantajelor semnalate.

Notaţii

h — cursa tachetului (fig. 1)
φ_1 — unghiul de fază
φ — unghiul de poziţie curent al camei
s — spaţiul, parametrul de poziţie curent al tachetului (fig. 1)
s', s'', s''' — derivatele lui s în raport cu φ
s_0 — raza minimă a camei
ρ — raza de curbură curentă a camei
ρ_a — raza de curbură admisibilă
φ_i — valoarea lui φ pentru care funcţia $s(\varphi)$ prezintă un punct de inflexiune

$$S=\frac{s}{h}, \quad S'=\frac{s'}{h}, \quad S''=\frac{s''}{h}, \quad S'''=\frac{s'''}{h}.$$

Raza minimă a camei, în cazul mecanismelor de tipul considerat, este legată de raza de curbură a profilului prin relaţia cunoscută [1], [2]

$$\rho(\varphi)=s_0+s(\varphi)+s''(\varphi). \tag{1}$$

Raza de curbură trebuie să fie permanent pozitivă în vederea asigurării unui profil convex pentru tot conturul — condiţie strict necesară pentru o funcţionare corectă a mecanismului. Pe lîngă aceasta, raza de curbură constituie un parametru care intervine direct în procesul de uzare a camei şi a tachetului prin influenţa sa asupra tensiunii de contact. Considerente de această natură pot conduce la o valoare admisibilă a razei de curbură, astfel încît

$$\rho(\varphi)\geqslant\rho_a\geqslant 0. \tag{2}$$

Din (1) şi (2) rezultă

$$s_0+s(\varphi)+s''(\varphi)\geqslant \rho_a. \tag{3}$$

Împărţind relaţia (3) prin h se ajunge la

$$\frac{s_0-\rho_a}{h}\geqslant -S(\varphi)-S''(\varphi)=f(\varphi). \tag{4}$$

Inegalitatea (4) este echivalentă cu relaţia

$$\frac{s_0-\rho_a}{h}\geqslant f_{\max}(\varphi), \tag{5}$$

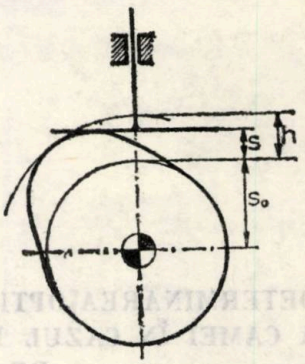


Fig. 1

unde $f_{\max}(\varphi)$ este valoarea maximă a funcţiei $f(\varphi)$ în intervalul $[0, \varphi_1]$. Dacă această valoare este determinată, din relaţia (5) se poate calcula s_0, deoarece ρ_a şi h se presupun cunoscute. Prin urmare, rezolvarea problemei se reduce la a determina $f_{\max}(\varphi)$. În acest scop s-a întocmit un algoritm bazat pe proprietăţile funcţiei $f(\varphi)$.

Funcţia $S(\varphi)$ este, prin definiţie, monoton crescătoare şi are un singur punct de inflexiune în intervalul $[0, \varphi_1]$. În această ipoteză, se poate arăta că funcţia $f(\varphi)=-S(\varphi)-S''(\varphi)$ admite cel mult un extrem în intervalul $[0, \varphi_i]$ şi cel mult un extrem în intervalul $[\varphi_i, \varphi_1]$. Ca urmare, valoarea maximă a funcţiei $f(\varphi)$ este egală cu cea mai mare dintre următoarele cinci valori :

$f_A = f(0)$;

f_B = valoare extremă în intervalul $[0, \varphi_i]$;

$f_C = f(\varphi_i)$ (dacă în acest punct S'' este discontinuă şi, deci, înregistrează două valori, se adoptă cea mai mare dintre ele) ;

f_D = valoarea extremă în intervalul $[\varphi_i, \varphi_1]$;

$f_E = f(\varphi_1)$.

Calculul valorilor f_A, f_C şi f_E este banal, iar pentru determinarea lui f_B şi f_D se anulează derivata lui $f(\varphi)$, ajungînd la ecuaţia

$$S'(\varphi)+S'''(\varphi)=0. \tag{6}$$

Rezolvarea ecuaţiei (6) se poate face numeric, folosind una dintre metodele cunoscute [3], [4]. Se recomandă îndeosebi metoda înjumătăţirii intervalului, utilizată şi în lucrarea [5], fiind simplă şi comodă. Pornind de la algoritmul descris, a fost întocmit un program în limbaj FORTRAN care permite calculul valorii $f_{\max}$.

Trebuie observat că în expresia funcţiei $f(\varphi)$ intervine, pe lîngă variabila φ, parametrul constant φ_1 — presupus cunoscut. Deci, în cazul unei legi de mişcare concrete, valoarea lui $f_{\max}$ depinde numai de valoarea lui φ_1. Folosind procedeul de calcul arătat, s-a determinat $f_{\max}$ pentru un şir de valori ale lui φ_1 cuprinse în domeniul $[5°, 360°]$ cu pasul de 5° şi pentru cinci legi de mişcare : uniform accelerată, polinomială de gradul 2—3, polinomială de gradul 3—4—5, cu acceleraţie sinusoidală şi cu acceleraţia cosinusoidală. Pentru exemplificare, în tabelul 1 se dau rezultatele obţinute în cadrul legii de mişcare polinomiale de gradul 2—3. Pe lîngă valoarea lui

f_{max} se indică și unghiul φ_m la care se înregistrează această valoare. Acest unghi este important deoarece arată poziția mecanismului în care contactul se realizează în punctul de rază de curbură minimă. Cu aceleași date au fost trasate diagramele din fig. 2, exprimînd variația mărimilor f_{max} și φ_m în funcția de φ_1, pentru aceleași legi de mișcare.

Tabelul 1

$\varphi_1(°)$	f_{max}	$\varphi_m(°)$	$\varphi_1(°)$	f_{max}	$\varphi_m(°)$
5	786,874	5,00	185	−0,42449	185,00
10	195,968	10,00	190	−0,42887	45,410
15	86,5415	15,00	195	−0,41397	43,272
20	48,2421	20,00	200	−0,39936	41,397
25	30,5149	25,00	205	−0,38514	39,723
30	20,8854	30,00	210	−0,37137	38,218
35	15,0791	35,00	215	−0,35810	36,858
40	11,3105	40,00	220	−0,34533	35,607
45	8,72683	45,00	225	−0,33308	34,459
50	6,87874	50,00	230	−0,32134	33,393
55	5,51135	55,00	235	−0,31010	32,405
60	4,47134	60,00	240	−0,29935	31,490
65	3,66197	65,00	245	−0,28907	30,629
70	3,01976	70,00	250	−0,27925	29,819
75	2,50166	75,00	255	−0,26987	29,062
80	2,07763	80,00	260	−0,26090	28,338
85	1,72621	85,00	265	−0,25234	27,662
90	1,43171	90,00	270	−0,24415	27,022
95	1,18248	95,00	275	−0,23632	26,415
100	0,96968	100,00	280	−0,22884	25,836
105	0,78656	105,00	285	−0,22168	25,279
110	0,62783	110,00	290	−0,214839	24,749
115	0,48936	115,00	295	−0,208286	24,249
120	0,36783	120,00	300	−0,20201	23,772
125	0,26059	125,00	305	−0,19600	23,312
130	0,16549	130,00	310	−0,19024	22,871
135	0,08075	135,00	315	−0,18472	22,442
140	0,00494	140,00	320	−0,17943	22,036
145	−0,06317	145,00	325	−0,17535	21,646
150	−0,12458	150,00	330	−0,16948	21,267
155	−0,18015	155,00	335	−0,16480	20,904
160	−0,23059	160,00	340	−0,16030	20,552
165	−0,27651	165,00	345	−0,15598	20,217
170	−0,31844	170,00	350	−0,15183	19,891
175	−0,35683	175,00	355	−0,14784	19,574
180	−0,39207	180,00	360	−0,14400	19,267

În partea de sus a fig. 2 s-au reprezentat, la scări mai convenabile, aceleași diagrame, pentru intervalul [30°, 160°] în care se înscriu valorile practice ale unghiului de fază. Diagramele de acest tip, care, evident, se pot trasa și pentru alte legi de mișcare, pot fi utilizate direct în procesul de proiectare a mecanismului.

Așa cum rezultă din tabelul 1 și fig. 2, f_{max} poate înregistra și valori negative care pot conduce, în funcție de mărimile lui ρ_a și h, la valori negative pentru s_0. În acest caz raza minimă se poate adopta oricît de mică, fiind

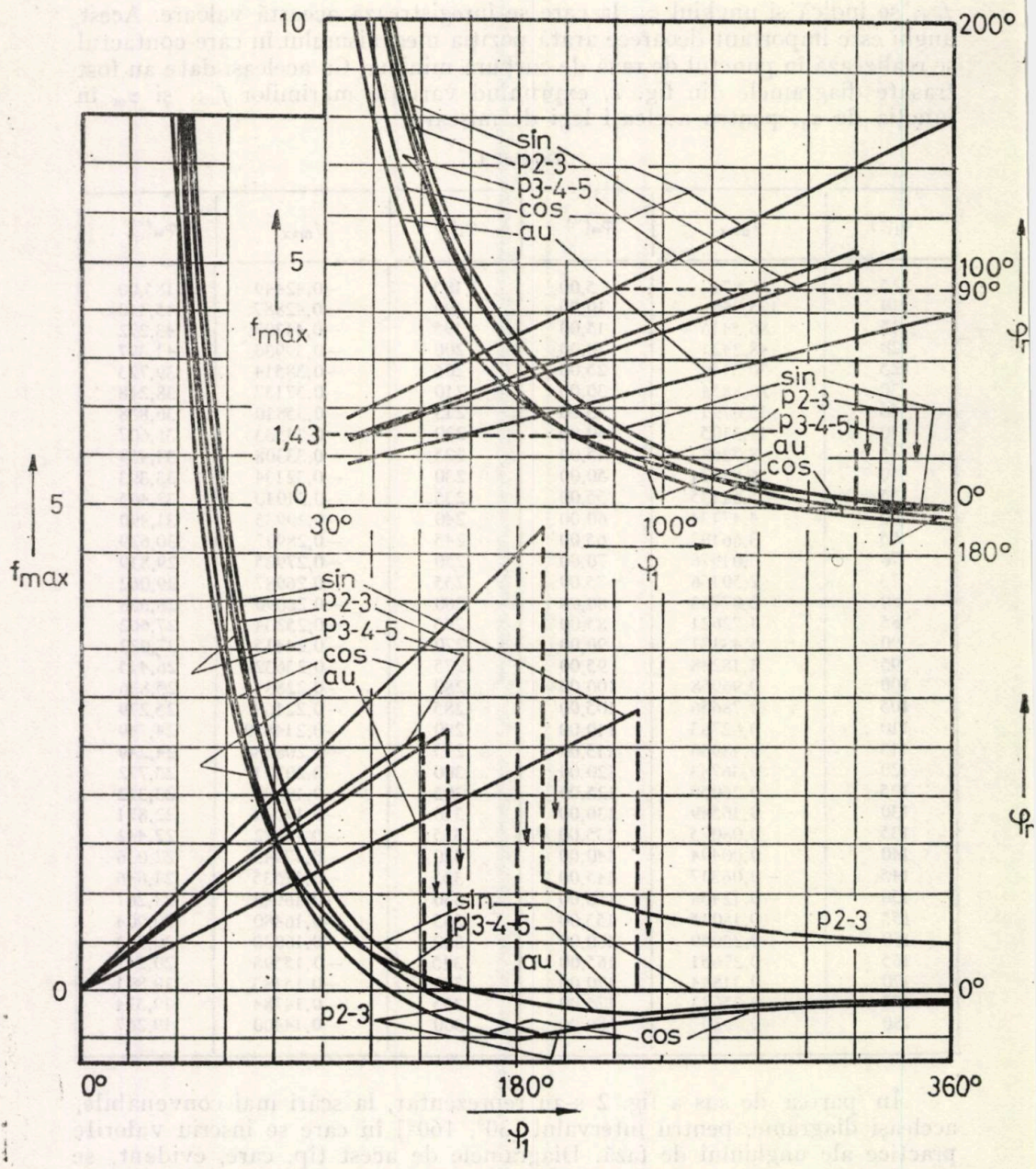


Fig. 2 — Diagrame $f_{max}(\varphi_1)$ și $\varphi_m(\varphi_1)$ pentru diferite legi de mișcare : *au* — mișcare uniform accelerată ; *p2—3* — lege de mișcare polinomială de gradul 2—3 ; *p 3—4—5* lege de mișcare polinomială de gradul 3—4—5 ; *sin* — mișcare cu accelerație sinusoidală ; *cos* — mișcare cu accelerație cosinusoidală.

determinată de condițiile constructive (de exemplu diametrul arborelui pe care se montează cama).

Pentru a ilustra modul de utilizare a acestor diagrame, să considerăm un caz concret de proiectare caracterizat prin următoarele date:

lege de mișcare polinomială de gradul 2 — 3;

$$h = 10 \text{ mm}; \quad \varphi_1 = 90°; \quad \rho_a = 15 \text{ mm}.$$

Din fig. 2 și din tabelul 1 rezultă

$$f_{max} = 1{,}43 \quad \text{și} \quad \varphi_m = 90°.$$

Formula (5) conduce la

$$s_0 \geq f_{max} h + \rho_a = 29{,}3 \text{ mm}.$$

Dacă se adoptă $s_0 = 29{,}3$ mm, atunci raza de curbură minimă este egală cu raza de curbură admisibilă (15 mm) și se înregistrează la $\varphi = \varphi_m = 90°$.

Primită la 9 iunie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de teoria mecanismelor

BIBLIOGRAFIE

1. Munteanu O., *Teoria mecanismelor și dinamica mașinilor. Mecanisme cu came.* Inst. polit. Iași, 1972.
2. Manolescu N., Kovacs Fr., Orănescu A., *Teoria mecanismelor și a mașinilor.* Ed. did. și ped., Buc., 1972.
3. Dancea I., *Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic și de cercetare științifică.* Ed. Dacia, Cluj, 1973.
4. Dorn W. S., Mc Cracken D. D., *Metode numerice cu programe în FORTRAN* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., 1976.
5. Duca C., *Determinarea optimă, pe cale numerică, a dimensiunilor camelor prevăzute cu tachet de translație.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIV(XXVIII)**, *1—2*, s. IV (1978).

NUMERICAL OPTIMUM DETERMINATION OF THE MINIMUM RADIUS OF CAM TRANSLATING FLAT-FACED FOLLOWER

(Summary)

A method is presented allowing the determination of the minimum radius function for the admissible value of the cam curvature. The calculation of the maximal value of a function intervenes in the method. In order to solve this problem, ana lgorithm and a programme in FORTRAN language are elaborated. Using this procedure one can draw useful and convenient diagrams for the synthesis of cam mechanisms.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 620.178.3

THE ANALYSIS OF ROLLING CONTACT FATIGUE TESTS BY MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD

BY

SPIRIDON S. CREŢU

1. Introduction. Experimental studies have established that in conditions of properly assembling and runing, the life of the rolling elements is limited by the rolling contact fatigue phenomenon. The current state of the rolling contact life prediction [1]...[5] considers the contact fatigue as a competition between asperity contact—induced fatigue and fatigue due to the combined effect of indigenous surface defects and subsurface inclusions. As a result of the simultaneous action of numerous factors the rolling elements fatigue life is a random variable for what is now widely accepted to follow a Weibull probability distribution [6]...[9].

The all information regarding the fatigue life L, considered as a random variable, there is in its cumulative distribution function. If the parameters of the distribution function are known, both the failure probality corresponding to any life, and the fatigue life corresponding to any probability of failure, are easily to obtain. The parameters of Weibull distribution function have to be estimated from the results obtained in the rolling contact fatique tests performed on identical groups of rolling elements.

The rolling contact fatigue test are time consuming and expensive tests, which emphasizes the importance of using methods for evaluation of the data as efficient as possible.

Using the result presented in literature [10]...[12], the paper is concerned with maximum likelihood estimation of the parameters of Weibull distribution function in both complete and censored rolling elements groups.

2. The Parameters of Weibull Distribution Function. If a large number of apparently identical rolling elements are to let run under the same runing conditions (regarding to load, speed, lubrication), the probability of failure will increase continually with the fatigue life L in accordance with the following equation, known as the *Weibull distribution function* [6] :

$$P(L = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\left[\dfrac{L-L_0}{a}\right]^e\right) & \text{for } L > L_0, \\ & \text{for } L < L_0. \end{cases} \tag{1}$$

The terms L_0, a and e are customarily known as parameters of the Weibull distribution and are commonly referred to as : L_0 — *the location*

parameter or guarantee life; a — *the scale factor* or *the characteristic life*; e — *the shape parameter* or *the Weibull slope*.

The density function of the Weibull distribution function is given by the equation

$$f(L) = \frac{e}{a}\left[\frac{L-L_0}{a}\right]^{e-1} \exp\left(-\left[\frac{L-L_0}{a}\right]^{e}\right). \tag{2}$$

It is customarily to consider the value zero for the location parameter L_0.

In the case of those machine elements which are failed by rolling contact fatigue, as comparison criteria often is used the fatigue lives coresponding to 0.10 percentile of failure. When there are important differences between the values of the shape factors of the rolling elements groups, the using of the L_{10} life, based on the tenth percentile of failure is unadequately.

G a f i ţ a n u [11] have proposed to use the criterion L_m based on the mean percentile, P_m. However, in order to estimate the mean from a Weibull distribution, it is necessary to know what percent have failed up to the mean. Since Weibull distributions are generally skewed, the percent failed is in general different from 50%, what means that the mean does not coincide with the median. L. G. J o h n s o n [10] gives a short table to obtain the mean percentile when the Weibull slope is known (Table 1).

For any intermediate Weibull slopes, not listed in Table 1, the mean percentile can be obtained using the graph plotted in Fig. 1.

In general, for a particular value P of the failure percentile, the corresponding fatigue life is given by the equation

$$L(P) = a\left[\ln \frac{1}{1-\frac{P}{100}}\right]^{1/e}. \tag{3}$$

Table 1

Weibull Slope	Location of Mean (Percent Failed) %
1.0	63.2
1.2	60.5
1.4	58.4
1.6	56.8
1.8	55.5
2.0	54.4
2.5	52.4
3.0	50.9

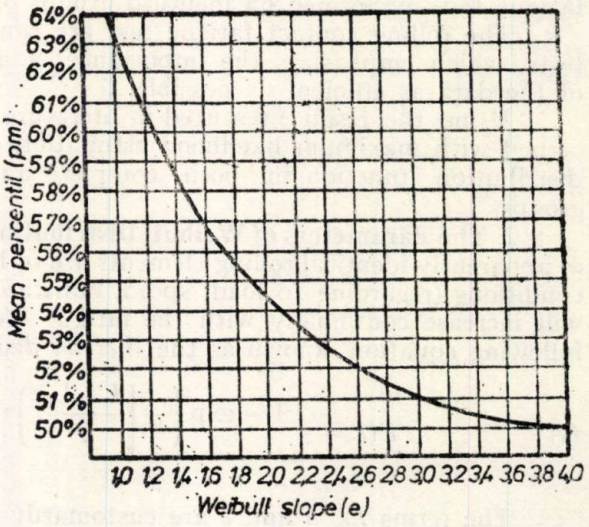


Fig. 1

The parameters mentioned above can be estimated from the results of an endurance tests of a sample of rolling elements selected from the statistical population. The value of the estimated parameter being function of the observation in a sample, is itself a random variable and consequently its value differs between samples drawn from the statistical population.

The estimation methods most often used in rolling contact fatigue life tests are: a) the method of moments [1], [18]; b) the method of Blom [1], [18],[19]; c) the method of extremes [1], [18]; d) the method of least squares [1], [10] ... [12], [18]; f) the method of best linear unbiased estimations [12].

The method of least squares together with its variants still remains the most used metod for estimation of the Weibull distribution parameters.

In this method a straight line is drawn between the points of a Weibull plot which has as co-ordinates $\ln L$ and $\ln \ln (1/(1-P))$ respectively. This method has the disadvantage of some loss of efficiency due to the neglecting of the correlation between the order statics.

3. Estimation of the Parameters of Weibull Cumulative Distribution Function using the maximum likelihood method. The method of maximum likelihood is a general method of estimation that has the advantage that in certain conditions, offers solution which converges in probability to the true values of the estimated parameters. Furthermore, the estimates are asymptotically normal and asimptotically efficient.

Since the method of maximum likelihood involves complicated computations it has not been used in the past; the appearance of digital computers changed completely this situation.

A fatigue test performed on rolling specimens can be: i) *complete test*, when all n test specimens of the groups have failed by rolling contact fatigue;

ii) a *censored test*, when the testing programme is stopped at some pre-determined fixed number of test specimens fail or at some predetermined fixed time. These tests are economically and are used especially when actual machine elements are tested [15].

3.1. *The Case of Complete Tests.* Considering a random sample consisting of n test specimens that failed at the following individual fatigue lifes: $L_1, L_2, ..., L_n$; if the scale factor a and the shape factor e are the unknown parameters of Weibull distribution function the likelihood function can be rewritten as follows [13], [16]:

$$\psi(L_1, L_2, ..., L_n, a, e) = \prod_{k=1}^{n} f(L_k, a, e), \tag{4}$$

where $f(L_k, a, e)$ is the density function of the Weibull distribution. Using Eq. (2) the likelihood function becomes

$$\psi(L_1, L_2, ..., L_n, a, e) = \frac{e^n}{a^n} [L_1, L_2, ... L_n]^{e-1} \exp\left(-\frac{1}{a^e} \sum_{k=1}^{n} L_k^e \right). \tag{5}$$

The most likely values of the parameters a and e are obtained using the extreme conditions of the likelihood function, which for the reasons of calculus facility are put for logarithms of Eq. (5):

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \ln \psi}{\partial e} = \dfrac{n}{e} - n \ln a + \sum\limits_{k=1}^{n} \ln L_k - \dfrac{1}{a^e} \ln \dfrac{1}{a} \sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e - \dfrac{1}{a^e} \sum L_k^e \ln L_k = 0, \\ \dfrac{\partial \ln \psi}{\partial a} = -n + \dfrac{1}{a^e} \sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e = 0. \end{cases}$$

Solving the system (6) the following equations are obtained for the Weibull parameters mentioned above:

$$(7)\quad a = \left[\frac{\sum\limits_{k=1}^{k} L_k^e}{n} \right]^{1/e},$$

$$(8)\quad \frac{1}{e} + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \ln L_k - \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e \ln L_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e}.$$

The solving of the transcendental Eq. (8) can be accomplished by iterative procedures using the *Cebishev formula* [17]:

$$(9)\quad e_i = e_{i-1} + \sum_{j=1}^{m} (-1)^j \frac{a_j(x_{i-1})}{j!} [F(x_{i-1})]^j.$$

Taking $j=1$ Eq. (9) has the more simpler form of so called the *Newton-Raphson formula*

$$(10)\quad e_i = e_{i-1} - \frac{F(x_{i-1})}{F'(x_{i-1})},$$

where $F(x_i)$ is the expresion given by Eq.(8) and $F'(x_i)$ is the differential of (8). Substituting Eq. (8) into (10) one obtains

$$(11)\quad e_i = e_{i-1} - \frac{\dfrac{1}{e_{i-1}} + \dfrac{1}{n} \sum\limits_{k=1}^{n} \ln L_k - \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^{e_{i-1}} \ln L_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^{i-1}}}{\dfrac{1}{e_{i-1}^2} - \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^{e_{i-1}} (\ln L_k)^2 \sum\limits_{k=1}^{n} L_k^{e_{i-1}} - \left[\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e \ln L_k \right]^2}{\left[\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^{i-1} \right]^2}}.$$

The interative process is started with an initial value for the shape factor e choosen from the possible values interval and continues till the wanted precision is achieved. A FORTRAN IV programme was developed on the basis of the flow chart presented în Fig. 2.

3.2. *The Case of Censored Tests.* As was mentioned before, in a censored tests, the fatigue test is suspended after a *fixed time*, when censorring is said to be of *type I*, or after a *fixed number d* of test elements fail, when

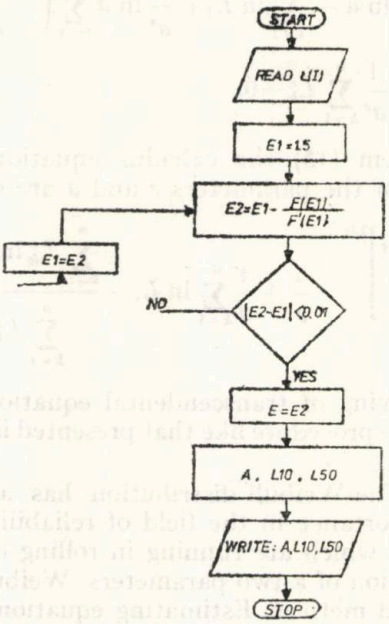


Fig. 2

censoring is said to be of *type II*. In both type of censoring, the information regarding the quality of the entire test group there is in both kinds of rolling elements (failed and unfailed) and the likelihood function may be written as follows:

$$(12) \qquad \psi(L_1, L_2, \ldots, L_n, a, e) = \prod_{i=1}^{d} f(L_i, a, e) \prod_{j=n-d}^{n} [1 - P(L_j)],$$

where $f(L_i, a, e)$ and $P(L_i)$ are the density function and the Weibull distribution function computed with Eqs. (2) and (1) respectively.

Substituting $f(L_i, a, e)$ and $P(L_j)$ in (12), the explicit form of the likelihood function is obtained

$$(13) \quad \psi(L_1, L_2, \ldots, L_n, a, e) = \prod_{i=1}^{d} \frac{e}{a}\left[\frac{L_i}{a}\right]^{e-1} \exp\left(-\left[\frac{L_i}{a}\right]^{e}\right) \prod_{j=n-d}^{n} \exp\left(-\left[\frac{L_j}{a}\right]^{e}\right).$$

If d is the number of rolling elements failed it means that for any $j>d$, $L_j=L_d$, and Eq. (13) becomes

$$(14) \quad \psi(L_1, L_2, \ldots, L_n, a, e) = \prod_{i=1}^{d} \frac{e}{a}\left[\frac{L_i}{a}\right]^{e-1} \exp\left(-\left[\frac{L_i}{a}\right]^{e}\right) \exp\left\{-\left[(n-d)\left(\frac{L_d}{a}\right)^{e}\right]\right\}.$$

In order to obtain the maximum likelihood estimations, the same procedure as in the case of complete tests is carried out. Thus, taking logarith-

ms of (14) and differentiating with respect the shape factor e and the scale factor a, the following system of transcendental equations is obtained:

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \ln \psi}{\partial e} = \dfrac{d}{e} - d \ln a + \sum\limits_{i=1}^{d} \ln L_i + \dfrac{1}{a^e} \ln a \sum\limits_{k=1}^{n} \left(- \dfrac{1}{a^e} \sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e \ln L_k^e \right) = 0, \\ \dfrac{\partial \ln \psi}{\partial a} = - d + \dfrac{1}{a^e} \sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e = 0. \end{cases}$$

Solving the system (15) the calculus equations for the maximum likelihood estimations of the parameters e and a are obtaidned:

$$(16)\quad a = \left[\frac{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e}{n} \right]^{1/e}, \qquad \frac{1}{e} + \frac{1}{d} \sum_{k=1}^{d} \ln L_k - \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e \ln L_k}{\sum\limits_{k=1}^{n} L_k^e} = 0.$$

Evidently the solving of transcendental equation (16) is carried out using a similar interative procedure like that presented in the case of complete tests.

4. Conclusions. The Weibull distribution has assumed in the later years a position of importance in the field of reliability and life testing of those machine elements which are running in rolling contact. In the paper is presented the estimation of a two parameters Weibull distribution using the maximum likelihood method. Estimating equations for the scale factor a and for the shape shape factor (Weibull slope) e are presented for both complete samples and censored samples.

The Newton-Raphson interative method was used to solve the transcendental equations and a flow chart for a FORTRAN IV computer programme is presented.

Received June 27, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Machine Design

REFERENCES

1. Carter T. E., NASA TR-*R 60* (1960).
2. Chiu Y. P., Tallian T. E., McCool J. I., WEAR, 17, 433–446 (1971).
3. Tallian T. E., Mc.Cool J. I., WEAR, 17, 447–461 (1971).
4. Tallian T. E., WEAR, 17, 463–480 (1971).
5. Liu J. Y., Tallian T. E., Mc.Cool J. I., ASLE Trans., 18, 2, 144–152 (1975).
6. Weibull W., *Fatigue Testing and Analysis of Results.* Pergamon Press, London — N. Y. — Paris, 1966.
7. Tallian T., ASLE Trans., 5, 183–196 (1962).
8. Schlitzer L., ASLE Trans., 9, 372–380 (1966).
9. Ku P. M., Anderson E. I., ASLE Trans., 15, 113–129 (1972).
10. Johnson L. G., *The Statistical Treatment of Fatigue Experiments.* Elsevier Publ. Co., N. Y., 1964.
11. Hostiuc L., Gafiţanu M., Fiab. Mec. şi Org. maş., Iaşi, 1975, pp. 111–114.
12. Lieblein J., Zelen M., J. Res. of the Nat. Bureau of Standards, 57 (5), Research Paper 2719, 273–305 (1956).

13. Mihoc Gh., Craiu V., *Tratat de statistică matematică*. Vol. I, *Selecţie şi estimaţie*, Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1976.
14. Mihoc Gh., Muja A., *Bazele matematice ale teoriei fiabilităţii*. Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1976.
15. Popinceanu N. G., Gafiţanu M. D., St. şi cerc. Mec. Apl., **24**, 2, 381–399 (1967).
16. Creţu S. Sp., Teză de doctorat, Inst. polit. Iaşi, 1978.
17. Bucur C. M., *Metode numerice*. Ed. Facla, Timişoara, 1973.
18. Weibull W., *Rolling Contact Phenomena*. Elsevier Publ. Co., Amsterdam, 1963, pp. 251–265.
19. Blom G., *Statistical Estimate and Transformed Beta Variables*, Stockholm, 1958.
20. Smith C. F., Trans. ASME, J. L. Tech. series, 123–131 (April 1973).

ANALIZA ÎNCERCĂRILOR DE OBOSEALĂ DE CONTACT CU ROSTOGOLIRE PRIN METODA VEROSIMILITĂŢII MAXIME

(Rezumat)

Distribuţia Weibull a căpătat în ultimii ani un caracter cvasiunanim acceptat în domeniul fiabilităţii organelor de maşini care funcţionează în condiţii de contact cu rostogolire.

În lucrare este prezentată estimarea celor doi parametrii (factorul de scară a şi factorul de formă e) ai unei distribuţii Weibull folosind metoda verosimilităţii maxime. Sînt deduse ecuaţii de estimare a celor doi parametri, atît pentru tipul de încercări complete, cît şi pentru cazul încercărilor trunchiate. Pentru rezolvarea ecuaţiilor transcendente obţinute se recomandă folosirea calculatorului numeric prezentîndu-se în acest scop şi o diagramă bloc corespunzătoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621-83; 621.31

DYNAMIC BEHAVIOR OF THE ELECTRIC DRIVE SYSTEMS WITH D. C. MOTOR AND ELASTIC LINEAR COUPLING

BY

CAROL SAAL, VIRGIL OLARIU and AUREL FRATU

1. Introduction. In practical engineering one comes upon electric drive systems (EDS), equipped with an mechanical coupling between the d.c. drive motor and the driven unit. In this case the equations of motion of the EDS become more complicate, as well as the dynamic behavior of such EDS.

In this Paper the behavior in dynamic duties of the EDS with d.c. motor and an elastic linear coupling is studied. The differential equations, used in the mathematical model, are written for a better generalization, with per-unit quantities.

2. Calculus Assumptions. The mechanical scheme of the studied EDS will be as in Fig. 1 : there are two masses, with the corresponding moments of inertia J_m, J_1 and the elastic linear constant C. The others calculus hypotheses, referring to the d.c. motor, can be considered as usual ; they are : a) negligible armature reaction ; b) the following quantities are assumed to be constant : L_a, R_a—inductance, respectively resistance of the rotoric circuit ; Φ — principal magnetic flux of the d.c. motor ; J_m, J_1 — moments of inertia of the motor, respectively of the driven unit, the last one referred to the motor shaft ; C — elasticity constant of the mechanical coupling [1].

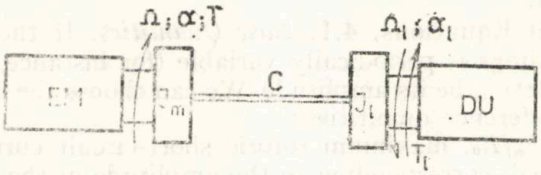


Fig. 1. — EDS with electric linear coupling and two masses : α_m, α_1 — position angles ; T, T_1 — electromagnetic, respectively load torques ; Ω, Ω_1 — angular speeds ; J_m, J_1 — moments of inertia (of the motor, respectively of the driven unit).

3. Mathematical Model of the Dynamic Duties (with Absolute Quantities). The Equations of motion will be, with the symbols intro-

duced in Fig. 1, for the motor and the driven unit [2] :

$$(1)\qquad \begin{aligned} J_m \frac{d^2\alpha_m}{dt^2} &= T - C(\alpha_m - \alpha_1), \\ J_1 \frac{d^2\alpha_1}{dt^2} &= T_1 + C(\alpha_m - \alpha_1), \end{aligned}$$

where T, T_1 – torques : electromagnetic, of the motor, respectively of the load (of the driven unit).

The angular speeds of the motor Ω and of the driven unit Ω_1 are

$$(2)\qquad \Omega = \frac{d\alpha_m}{dt}, \quad \Omega_1 = \frac{d\alpha_1}{dt}.$$

From the Eqs. (1) one may deduce immediately

$$(3)\qquad \begin{aligned} \frac{J_m J_1}{C}\frac{d^3\Omega}{dt^3} + (J_m + J_1)\frac{d\Omega}{dt} &= T - T_1 + \frac{J_1}{C}\frac{d^2T}{dt^2}, \\ \frac{J_m J_1}{C}\frac{d^3\Omega_1}{dt^3} + (J_m + J_1)\frac{d\Omega_1}{dt} &= T + T_1 - \frac{J_m}{C}\frac{d^2T_1}{dt^2}. \end{aligned}$$

These equations have in sight the deformation of the elastic coupling between the motor and the driven unit.

Further we are studying Eq. (3_1) only, together with the equations of the motor :

i) *operation equation*, in a motor duty,

$$(4)\qquad R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} - e_0 = u;$$

ii) *electromagnetic torque*,

$$(5)\qquad T = k\Phi i_a = c i_a;$$

iii) *generated* or *rotational voltage equation* of the d.c. motor, i.e.

$$(6)\qquad e_0 = -k\Phi\Omega = c\Omega,$$

where c = const.

4. Per-Unit Equations. 4.1. *Base Quantities.* If the supply voltage of the rotor windings is periodically variable (for instance, if choppers are supply sources), let U_m be its amplitude. We can choose the following quantities as base or reference quantities :

U_m ; $I_m = U_m/R_a$, maximum rotoric short-circuit current ; $\Omega_0 = U_m/c$, ideal no-load speed, corresponding to the amplitude of the supply voltage ; $T_m = cI_m$, maximum electromagnetic torque of the motor, corresponding to the maximum short-circuit current.

4.2. *Per-Unit Quantities.* We are choosing as per-unit quantities the following ones :

$$(7)\qquad i_* = \frac{i_a}{I_m} = \frac{T}{T_m} = T_*, \quad \Omega_* = \frac{\Omega}{\Omega_0}, \quad t_* = \frac{t}{T_e}, \quad u_* = \frac{u}{U_m}, \quad T_{1*} = \frac{T_1}{T_m}.$$

Here we have $T_e = L_a/R_a$, the electromagnetic time constant of the rotoric circuit ; u signifies the instantaneous rotoric voltage.

The own mechanical resonance pulsation of the EDS is

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C(J_m+J_1)}{J_m J_1}} = \sqrt{\frac{C\,\mathrm{FI}}{J_1}}\,, \tag{8}$$

where FI is the well-known *factor of inertia*, i.e.

$$\mathrm{FI} = \frac{J_m+J_1}{J_m}\,. \tag{9}$$

The expression of the own mechanical resonance pulsation, referred to the electromagnetic time constant T_e, is

$$\omega_{0*} = \omega_0 T_e. \tag{10}$$

4.3. *Per-Unit Equations* (*Time Domain*). With the above introduced p.u. quantities (7), (10), one obtains from Eqs. (4), (5), (6) and (3_1) the next p.u. equations.:

$$\frac{di_*}{dt_*} + i_* + \Omega_* = \frac{dT_*}{dt_*} + T_* + \Omega_* = u_*\,, \tag{11}$$

$$\frac{d^4T_*}{dt_*^4} + \frac{d^3T_*}{dt_*^3} + (\omega_{0*}^2 + \delta\,\mathrm{FI})\frac{d^2T_*}{dt_*^2} + \omega_{0*}^2\frac{dT_*}{dt_*} + \omega_{0*}^2\delta T_* = \frac{d^3u_*}{dt_*^3} + \omega_{0*}^2\frac{du_*}{dt_*} + \omega_{0*}\delta T_1. \tag{12}$$

We have introduced in the last equation

$$\delta = \frac{T_e}{T_{EM}}\,, \tag{13}$$

with

$$T_{EM} = \frac{(J_m+J_1)R_a}{c^2} = \frac{JR_a}{c^2} = \frac{J\Omega_0}{T_m}\,, \tag{14}$$

T_{EM} being the electromagnetic time constant of the EDS and $J = J_m + J_1$.

4.4. *Per-Unit Equations* (*Laplace Transforms Domain*). After Laplace transformation of Eqs. (11), (12), with zero initial conditions, barring the Laplace transforms of the variable quantities and solving the obtained system of equations, we are reaching the Laplace transforms of the relative electromagnetic torque $\overline{T}_*$ and of the relative angular speed of the motor $\overline{\Omega}_*$,

$$\overline{T}_* = \frac{s(s^2+\omega_{0*}^2)\overline{u}_* + \omega_{0*}^2\delta\overline{T}_{1*}}{s^2[s(s+1)+\omega_{0*}^2+\delta\mathrm{FI}]+\omega_{0*}^2(s+\delta)}\,,$$

$$\overline{\Omega}^* = \overline{u}_* - \frac{(s+1)[s(s^2+\omega_{0*}^2)\overline{u}_* + \omega_{0*}^2\delta\overline{T}_{1*}]}{s^2[s(s+1)+\omega_{0*}^2+\delta\mathrm{FI}]+\omega_{0*}^2(s+\delta)}\,. \tag{15}$$

These Laplace transforms are taking into account the electromagnetic transient processes in the rotor.

5. Transfer Functions in a No-Load Duty. In the particular case of a no-load duty we have $\overline{T}_1^* = 0$ and Eqs. (15) are becoming, using the index zero also,

$$\overline{T}_{*_0} = \frac{s(s^2+\omega_{0*}^2)\overline{u}_*}{s^2[s(s+1)+\omega_{0*}^2+\delta \mathrm{FI}]+\omega_{0*}^2(s+\delta)}, \tag{16}$$

$$\overline{\Omega}_{*_0} = \left\{1 - \frac{s(s+1)(s^2+\omega_{0*}^2)}{s^2[s(s+1)+\omega_{0*}^2+\delta \mathrm{FI}]+\omega_{0*}^2(s+\delta)}\right\}\overline{u}_*.$$

Now the transfer functions can be directly obtained from Eqs. (16), namely

$$W_1(s) = \frac{\overline{T}_{*0}}{\overline{u}_*}, \qquad W_2(s) = \frac{\overline{\Omega}_{*0}}{\overline{u}_*}. \tag{17}$$

6. Operation Neglecting Transient Electromagnetic Duties in the Rotor. If the transient electromagnetic duties in the rotor are neglected, we take in sight the mechanical transient duties only. We have thus $T_e \ll \ll T_{EM}$. In this situation we can no more use as time base quantity the electromagnetic time constant T_e; instead of T_e, we choose the electromechanical time constant T_{EM}, having consequently

$$t_* = \frac{t}{T_{EM}}, \qquad \omega_{*0} = \omega_0 T_{EM}. \tag{18}$$

The other p.u. quantities utilized remain those given by Eqs. (7). Therefore Eqs. (11) and (12) are getting into

$$i_* + \Omega_* = T_* + \Omega_* = u_*,$$

$$\frac{\mathrm{d}^3 T_*}{\mathrm{d}t_*^3} + \mathrm{FI}\,\frac{\mathrm{d}^2 T_*}{\mathrm{d}t_*^2} + \omega_{0*}^2\left(\frac{\mathrm{d}T_*}{\mathrm{d}t_*} + T_*\right) = \omega_{0*}^2\left(T_{1_*} + \frac{\mathrm{d}u_*}{\mathrm{d}t_*}\right) + \frac{\mathrm{d}^3 u_*}{\mathrm{d}t_*^3}. \tag{19}$$

Taking the Laplace transforms of the two last equations, with the same zero initial conditions, one obtains, after they are solved,

$$\overline{T}_* = \frac{\omega_{0*}^2(\overline{T}_{1_*} + s\overline{u}_*) + s^3\overline{u}_*}{s^3 + \mathrm{FI}s^2 + \omega_{0*}^2(s+1)}, \qquad \overline{\Omega}_* = \overline{u}_* - \frac{\omega_{0*}^2(\overline{T}_{1_*} + s\overline{u}_*) + s^3\overline{u}_*}{s^3 + \mathrm{FI}s^2 + \omega_{0*}^2(s+1)}. \tag{20}$$

Now the transfer function in a no-load operation can be easily found ($\overline{T}_{1_*} = 0$):

$$Y_1(s) = \frac{\overline{T}_{*0}}{\overline{u}_*} = \frac{s(\omega_{0*}^2 + s^2)}{s^3 + \mathrm{FI}s^2 + \omega_{0*}^2(s+1)},$$

$$Y_2(s) = \frac{\overline{\Omega}_{*0}}{\overline{u}_*} = \frac{\mathrm{FI}s^2 + \omega_{0*}^2}{s^3 + \mathrm{FI}s^2 + \omega_{0*}^2(s+1)}. \tag{21}$$

7. Rotor Feeding with Different Supply Voltages. 7.1. *Constant Supply Voltage.* This is the most banal case, having $u = U_m = \text{const.}$; hence $u_* = 1$, $\overline{u}_* = 1/s$.

7.2. *Variable Pulsatory Supply Voltage.* In this situation, converters of different types are utilized. In the above deduced equalities, where $\bar{u}_*$ is appearing, we must introduce instead of $\bar{u}_*$ the concrete Laplace transform of the relative variable pulsatory voltage. If the rotoric relative supply voltage is a rectangular periodic pulsatory function, it will be given by

$$(22) \qquad u_*(t_*) = \begin{cases} 1, & t_* \in [nT_{c*} \,;\, (nT_{c*}+t_{a*})) \,; \\ 0, & t_* \in ((nT_{c*}+t_{a*}) \,;\, (n+1)T_{c*}], \quad n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \end{cases}$$

where T_{c*} represents the p.u. periode and t_{a*} the p.u. length of time of the constant relative voltage. The Laplace transform of Eq. (22) is

$$(23) \qquad \bar{u}_* = \frac{1-\exp(-t_{a*}s)}{s(1-\exp(-T_{c*}s))} \,.$$

Assuming that the rotoric supply voltage is a periodic function, formed of positive multipulses of sinusoidal voltage, obtained with a digital device of electronics power, it will be

$$(24) \qquad u_*(t_*) = \begin{cases} |\sin \omega_* t_*|, & t_* \in [nT_{c*} \,;\, (nT_{c*}+t_{a*})) \,; \\ 0 \qquad\quad , & t_* \in [(nT_{c*}+t_{a*}) \,;\, (n+1)T_{c*}], \quad n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots, \end{cases}$$

having

$$(25) \qquad T_c = \frac{b\pi}{\omega} \,, \qquad t_a = \frac{a\pi}{\omega} \,,$$

In Eq. (24) ω_* is the p.u. pulsation of the sinusoidal voltage, T_{c*} and t_{a*} being the relative, per-unit, values of T_c and t_a. Further we have a and b integers numbers, with $a < b$. Form Eq. (24) we are reaching the Laplace transform of the rotoric supply voltage

$$(26) \qquad \bar{u}_* = \frac{\omega_*[1+\exp(-\pi s/\omega_*)][1-\exp(-a\pi s/\omega_*)]}{(s^2+\omega_*^2)[1-\exp(-\pi s/\omega_*)][1-\exp(-b\pi s/\omega_*)]} \,.$$

8. Conclusions. Assuming an elastic linear coupling between the d.c. motor and the driven unit of an EDS, some, interesting and simple transfer functions in no-load duties were found. Their form permits further practical engineering calculations, especially for the investigation of the dynamic behavior of the EDS. The necessary poles can be obtained from equations of third or fourth order.

For a better generalization, the obtained equations of the mathematical model were written using per-unit quantities.

Received April 20, 1980

University of Brashov,
Department for Electric Drives

REFERENCES

1. Saal C. et. al., *Acţionari electrice şi automatizări.* EDP, Buc., 1980.
2. Квартальнов Б. В,. *Динамика электроприводов с упругими связами.* Энергия, М.—Л., 1965.

COMPORTAREA DINAMICĂ A SISTEMELOR DE ACȚIONARE ELECTRICĂ CU MOTOR DE CURENT CONTINUU ȘI CUPLAJ ELASTIC LINIAR

(Rezumat)

Întrebuințînd ipoteze uzuale de calcul, în lucrare se stabilește un model matematic adimensional corespunzător regimurilor dinamice ale unui sistem de acționare electrică. Acesta se presupune ca fiind dotat cu un motor de curent continuu și flux constant de excitație, cu o legătură mecanică elastică liniară la mașina de lucru.

Se obțin funcții de transfer pentru funcționarea în gol, în situația luării în considerație și a neglijării regimurilor electromagnetice tranzitorii din circuitul rotoric al motorului, care permit nemijlocit studiul regimurilor dinamice ale sistemului de acționare electrică.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 620.169.1

CERCETĂRI PRIVIND INFLUENŢA PROCESULUI DE MĂCINARE A BISULFURII DE MOLIBDEN INDIGENE, ASUPRA DURABILITĂŢII PELICULELOR DE UNGERE

DE

I. CRUDU, V. NECULĂIASA, V. CRĂCIUN şi I. ŞTEFĂNESCU

1. Introducere. Se cunoaşte că proprietăţile de lubrifiant ale bisulfurii de molibden sînt determinate de o serie de factori, printre care cei mai importanţi sînt: structura cristalină, alunecarea uşoară pe planurile de clivaj (condiţionată de energia joasă de legătură dintre suprafeţe), aderenţa bună la suprafeţele în frecare şi stabilitatea peliculelor formate.

În legătură cu influenţa mărimii particulelor de bisulfură de molibden asupra proprietăţilor de ungere există puţine date, acestea fiind legate, mai ales de trecerea particulelor prin filtrele sistemelor de ungere.

Pentru a studia influenţa dimensiunilor particulelor de bisulfură de molibden indigenă asupra coeficientului de frecare, trebuie să se efectueze cercetări în laborator, pe pelicule de unsori şi uleiuri aditivate, folosindu-se bisulfură de molibden nerecristalizată şi recristalizată, obţinută printr-un anumit număr de treceri prin moara coloidală.

Bisulfura de molibden sub formă de pelicule solide se foloseşte la organe în frecare cristalizate prin imposibilitatea unei ungeri periodice cu lubrifianţi obişnuiţi, în cazul unor întreruperi mari în funcţionare, în cazul inadmisibilităţii impurificării mediului de lucru, a prezenţei unor medii agresive care distrug materialele lubrifiante, în prezenţa unor radiaţii ionizante care duc la distrugerea uleiurilor, în medii de lucru cu variaţii mari de temperatură, presiuni de contact ridicate şi viteze joase de alunecare, etc.

Cercetarea proprietăţilor de ungere a bisulfurii de molibden indigene este necesară pentru că aceasta se obţine pe cale sintetică. Există opinii [1], care recomandă reţinerea în ceea ce priveşte folosirea bisulfurii de molibden sintetice, „din cauza prezenţei în compoziţia ei a unor impurităţi inevitabile (SiO_2, Fe_2O_3, MoO_3) care provoacă uzura abrazivă şi altele (Na_2SO_4, sulf liber) care duc la apariţia uzurii corozive. De asemenea există date [2], care indică o oarecare diferenţă între intensitatea uzurii pieselor în cazul folosirii de molibden sintetice şi naturale, în favoarea celei din urmă. Există date [1], care arată că prin măsuri tehnologice corespunzătoare, ingredienţii specifici bisulfurii de molibden sintetice pot fi atenuaţi, astfel că proprietăţile de ungere a bisulfurii de molibden sintetice să fie apropiate de cele ale bisulfurii de molibden naturale.

Studii sistematice ale bisulfurii de molibden sintetice sau naturale, în stare nerecristalizată sau cristalizată, cu diverse grade de mărunțire, atît sub formă de pelicule solide cît și sub formă de adaosuri în uleiuri și unsori, pun probleme complicate privind condițiile și tipul dispozitivelor de încercat. În acest sens literatura de specialitate conține date izolate, privind studiul parametrilor caracteristici ai peliculelor de ungere solide. Din aceste motive, în cadrul lucrării de față, s-au făcut un număr mare de încercări preliminarii în vederea stabilirii unei metodici de lucru.

2. Metodica încercărilor. La stabilirea metodicii de încercare a lubrifianților, trebuie luat în considerare tipul cuplei cinematice, felul mișcării relative, legea de variație a sarcinii, mediul și regimurile de lucru, etc.

Ținînd seama de destinația ce o poate primi bisulfura de molibden sub formă de praf, în lucrarea de față s-a preconizat încercarea peliculelor solide pe role cilindrice cu contact de rostogolire cu 10% alunecare (fig. 1).

Rolele folosite pentru încercări au fost executate din oțel H17, călit și revenit la o duritate de 62 HRC. Suprafața de frecare a fost rectificată și lustruită. Încercările s-au efectuat pe o mașină de tip Amsler, cu înregistrarea automată a momentului de frecare.

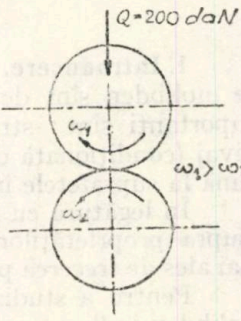


Fig. 1

Peliculele de bisulfură de molibden s-au aplicat manual și cu sabot. Sabotul folosit, confecționat din lemn de fag, acoperit cu bisulfură de molibden, a fost menținut în contact cu rola inferioară timp de 1 minut, la un moment de frecare de 3 Nm, în absența rolei superioare. Durabilitatea peliculelor depuse mecanic (cu sabot), a fost de două ori mai mare decît a celor depuse manual. Această observație coincide și cu rezultatele obținute și de alte cercetări [3]. Pentru toate încercările s-a folosit aceeași pereche de probe. Durabilitatea peliculei a fost considerată cea corespunzătoare unui moment de frecare final de 3 Nm, cînd momentul de frecare înregistrat se menține constant. Această metodică a fost folosită cu rezultate bune și în altă lucrare [4]. Încărcarea pe role în timpul încercărilor a fost de 200 daN.

Durabilitatea peliculei de bisulfură de molibden s-a exprimat în cicli iar momentul de frecare în daN.cm.

3. Materiale încercate. Pentru elaborarea lucrării de față s-au încercat probe de bisulfură de molibden nerecristalizată și nemăcinată $(N+N)$, nerecristalizată și măcinată cu n treceri $(N+nM)$, recristalizată și nemăcinată $(R+N)$ și recristalizată și măcinată cu n treceri $(R+nM)$. Numărul de treceri n influențează procentul de particule de bisulfură de molibden de o anumită mărime. Astfel, la bisulfura de molibden nerecristalizată, după o trecere se obțin 86,2% particule sub 2,5 μm, după 5 treceri 89,6% iar după 9 treceri 93,2%. La bisulfura de molibden recristalizată, se obțin după o trecere 86,6% particule sub 2,5 μm, după 5 treceri 92% iar după 9 treceri 91,8%. După 5 treceri nu există particule cu dimensiuni peste 10 μm.

4. Rezultate experiementale. Pe mașina de încercări s-a determinat durabilitatea peliculei de bisulfură de molibden și momentul de frecare. Analizînd rezultatele obținute cu bisulfura de molibden nerecristalizată și măcinată sau măcinată cu un anumit număr de treceri (tabelul 1 și fig. 2) se constată că, în cazul cînd MoS_2 este măcinată cu 1...3 treceri, durabi-

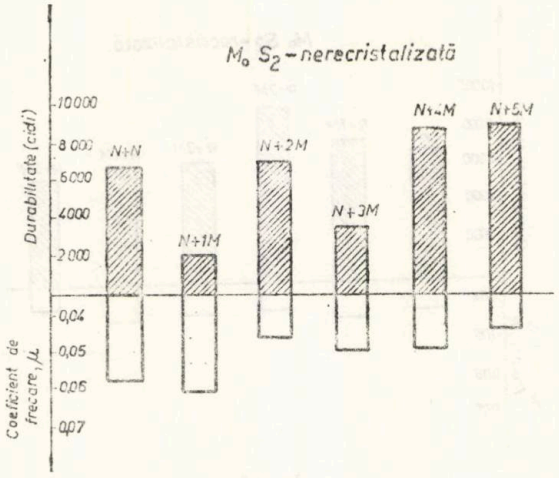


Fig. 2

Tabelul 1

MoS_2 nerecristalizată

$N+N$		$N+1M$		$N+2M$		$N+3M$		$N+4M$		$N+5M$	
Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} daN (cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)
6 000	23	1 520	22	6 880	17	3 530	16	9 100	16	9 000	17
6 030	21	1 900	20	4 310	17	6 510	17	8 100	18	9 450	15
6 580	22	2 050	21	7 570	16	2 650	20	8 300	16	7 600	16
6 600	22	1 900	22	8 510	16	2 700	18	8 600	17	11 100	15
6 800	21	1 100	22	7 450	16	3 400	17	8 300	18	12 000	15
7 280	23	1 440	22	9 280	18	3 750	17	8 000	17	12 340	14
4 520	18	3 060	20	9 330	16	3 000	19	8 300	17	10 220	16
7 200	20	1 650	20	7 000	16	3 600	17	8 300	17	7 400	15,5
8 400	17	2 000	21	7 100	16	3 800	16	8 500	16	7 300	15
7 550	20	2 100	18	7 300	16	3 300	18	8 500	17	8 500	16
media =6700	21,2	2 000	21,2	7 000	16,4	3 700	17,5	8 400	17,1	9 500	15,3
Coeficient de frecare μ		0,061		0,047		0,05		0,049		0,044	

litatea este mai scăzută decît la bisulfura de molibden nemăcinată. Se înregistrează creşteri importante ale durabilităţii la măcinări cu un număr mai mare de patru treceri .Se remarcă faptul că, în cazul peliculelor cu durabilitate mică, coeficientul de frecare la pornire prezintă valori mai mari decît în cazul peliculelor cu durabilitate mai mare.

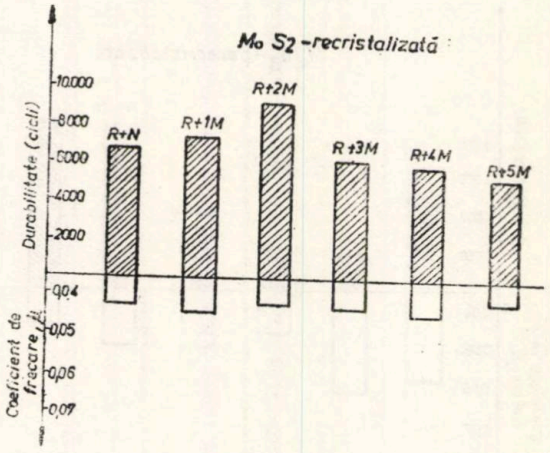


Fig. 3

Tabelul 2

MoS_2 recristalizată

$R+N$		$R+1M$		$R+2M$		$R+3M$		$R+4M$		$R+5M$	
Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)	Durabilitate (cicli)	M_{fi} (daN cm)
8 200	16	8 000	16	8 720	15	7 500	15,5	4 800	14	5 200	15
8 800	15	7 800	16	9 650	15	4 600	17	6 200	15,5	5 950	15
4 700	16	6 200	16	10 020	15	6 000	14	5 440	16	6 600	15
6 700	15	7 200	16	9 200	15	6 700	14	7 000	16	5 700	15
5 400	15	7 400	16	9 000	15	6 600	15	5 300	16	5 900	15
6 400	15	7 600	16	10 960	16	6 800	15	7 700	16	6 750	15
6 200	15	8 000	16	9 100	16	6 100	15	5 600	16	5 300	15
9 700	15	10 200	16	9 000	15	5 450	15	7 100	16	5 500	15
7 300	15	9 600	16	8 800	15	6 000	15	5 900	16	5 900	15
4 100	15	7 350	16	9 100	15	6 200	15	6 500	16	5 880	15
media 6 400	15,15	7 350	16	9 100	15,15	6 200	15,1	6 154	15,7	5 880	15
Coeficient de frecare μ	0,043	0,045		0,043		0,043		0,045		0,042	

Bisulfura de molibden recristalizată (tabelul 2, fig. 3) prezintă durabilitatea maximă în cazul cînd trece de două ori prin moara coloidală.

De asemenea, coeficientul de frecare este influenţat puţin de gradul de măcinare a MoS_2. Comparativ, MoS_2 nerecristalizată prezintă coeficienţi de frecare la pornire mai mari decît MoS_2 recristalizată, indiferent de gradul de mărunţire.

Ţinînd seama de valoarea coeficientului de frecare la pornire obţinut cu MoS_2 recristalizată, care este mai mic cu cca. 40% decît la MoS_2 nerecristalizată, cît şi de media durabilităţilor, indiferent de numărul de treceri la măcinare, rezultă că MoS_2 recristalizată este superioară celei nerecristalizate.

5. Concluzii. Încercările experimentale efectuate pe prafuri de MoS_2 indigenă, în stare recristalizată şi nerecristalizată arată că :

1. MoS_2 recristalizată este superioară MoS_2 nerecristalizate deoarece coeficientul de frecare iniţial este mai mic, iar durabilitatea medie, indiferent de numărul de treceri prin moara coloidală, este mai mare.

2. Mărirea numărului de treceri prin moara coloidală, peste trei, nu este justificată din punct de vedere al calităţilor de ungere a MoS_2.

Primită la 2 aprilie 1980

Universitatea din Galaţi
şi
Institutul politehnic, Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Ваинштеин В. З., *Сухые смазки и самосмазывающиеся материалы*. Машиностроение, М., 1968.
2. Biţă O. et. al., *Friction and Wear Aspects in the Molybdenum Disulphide Lubrication*. Rev. Roum. Sci. Mécanique Apl., *2* (1955).
3. Bessiere P., *L'adaptation du bisulfure de molibdene à la lubrication*. Mécanique-Électricite, *190* (Juillet-Août 1965).
4. Crudu I., Neculăiasa V., *Influenţa bisulfurii de molibden indigene adăugată în uleiuri de ungere asupra coeficientului de frecare de alunecare*. Construcţia de maşini, *5* (1970).

RESEARCHES REGARDING THE INFLUENCE OF GRINDING PROCESS OF MOLYBDENUM DISULPHIDE ON THE DURABILITY OF SOLID FILM LUBRICANTS

(Summary)

The paper presents some experimental results regarding the influence of the grinding process and the recrystallization of molybdenum disulphide on the durability of solid film lubricants.

The investigations made with recrystallized and unrecrystallized molybdenum disulphide, which has been ground one to five times, have shown that the recrystalized molybdenum disulphide film lubricant has a greater durability and a smaller friction coefficient.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.02

CONSIDERAȚIUNI ȘI PROBLEME METODICE PRIVIND CONCEPȚIA ȘI PROIECTAREA DISPOZITIVELOR SPECIALE DE PRINDERE ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI

I. CONSIDERAȚIUNI GENERALE. SOLUȚIA DE ANSAMBLU

DE

N. GOJINEȚCHI și N. GHERGHEL

1. Punerea problemei. Varietatea extrem de mare a dispozitivelor de prindere — rezultată din combinarea pieselor ce trebuie prelucrate cu elementele structurale specifice ale dispozitivelor, în condițiile respectării unor restricții tehnice, organizatorice și economice, care diferă de la caz la caz — fac extrem de dificilă elaborarea unei metodologii generale și precise care să conducă în mod univoc la o soluție ideală. Literatura de specialitate [2]...[6], oferă diverse asemenea metodologii — mai mult sau mai puțin laborioase, complete și realiste — care reprezintă instrumente de folos pentru creșterea eficienței activității proiectanților profesioniști. Eforturile depuse în această direcție arată importanța care se dă ordonării activității de concepție, elaborării unei metodologii științifice de sinteză a dispozitivelor, care să țină cont de realizările actuale în domeniul tehnologiei în construcția de mașini și a tehnicii în general.

Pe aceeași linie, în cele ce urmează ne propunem să formulăm în mod unitar, potrivit viziunii noastre — formată din sinteza lucrărilor de specialitate [1]...[4] și a experienței proprii — problemele, aspectele metodologice, ordinea și modul sau, mai precis, stilul în care trebuie să fie abordate concepția și proiectarea dispozitivelor speciale de prindere, elaborate în cadrul serviciilor tehnologice sau constructive ale întreprinderilor constructoare de mașini, astfel încît acestea să nu reprezinte „soluții întîmplătoare" [2], ci rezultatul unei activități metodice eficiente. După părerea noastră, calitatea unui dispozitiv depinde și de metodă, dar, în egală măsură de cunoștințele teoretice, de experiența în domeniu, de spiritul analitic și creativ (de sinteză) ale proiectantului. Experiența ne-a arătat că în condiții egale de pregătire și experiență, folosind aceeași metodă, aceeași temă a fost rezolvată în mod diferit de diverși proiectanți, de unde rezultă concluzia că în creația tehnică personalitatea și subiectivismul proiectantului nu pot fi ignorate, acestea reprezentînd atribute ale creației în general.

Un bun proiectant profesionist trebuie să posede o matrice clară și completă a soluțiilor tehnice, clasice și noi (schema morfologică, în limbajul metodelor analitice de creativitate [1], care pot realiza funcțiunile dispozitivului de prindere (de orientare, strîngere, de ghidare a sculelor, de acționare,

auxiliare, automatizare etc), deci o bună pregătire în domeniu și, în plus, cunoștințe teoretice și practice de tehnologie, să cunoască condițiile concrete, realizările și performanțele tehnice și economice obținute în construcția și exploatarea unor dispozitive similare, respectiv o bună informare pe teren sau o experiență în domeniu. Toate acestea sînt necesare pentru ca luarea deciziei privind soluția de ansamblu a dispozitivului și sinteza de principiu (combinarea soluțiilor tehnice care pot realiza funcțiunile principale ale dispozitivului) să se facă în cel mai scurt timp și cu cheltuieli minime de concepție.

Într-o întreprindere constructoare de mașini, dispozitivele de prindere pot fi concepute în două situații distincte și anume :

a) dispozitivul reprezintă un produs al întreprinderii, fabricat în serie și destinat desfacerii către diverși beneficiari ; în acest caz dispozitivele — în general cu caracter universal — vor fi concepute și proiectate în serviciile specializate de concepție (constructive) care vor urmări obținerea originalității și performanțe care să asigure vînzarea lor în condiții corespunzătoare de rentabilitate ; execuția se face în secțiile de fabricație după tehnologii corespunzătoare producției de serie ; pentru concepția dispozitivelor de acest gen se recomandă aplicarea metodelor de analiză, decizie și creativitate specifice ingineriei valorii [1] ;

b) dispozitivul — avînd caracter special sau specializat — face parte din echipamentul tehnologic al întreprinderii ; în acest caz concepția și proiectarea revine serviciilor tehnologice, iar execuția, avînd caracter de unicat, revine sculăriilor, care aplică tehnologii specifice producției individuale sau de serie mică ; obiectivele principale ale concepției sînt legate de : siguranța funcțională a soluției adoptate, precizia și productivitatea prelucrării pentru care este destinat dispozitivul, tehnologicitatea, prețul de cost, termenul de execuție etc ; în această situație nu sînt excluse elementele de originalitate, dar acestea nu reprezintă scopuri în sine, preferîndu-se soluții tehnice verificate și concretizate în elemente, subansambluri și ansambluri tipizate care au funcționalitate și performanțe tehnologice sigure ; combinarea soluțiilor tehnice cunoscute, concretizate în elemente structurale tipizate reprezintă metoda de creație recomandată la concepția echipamentului tehnolologic special ; în practică, de altfel, calitatea unui proiect se apreciază și după ponderea elementelor tipizate pe care le conține.

În cazul cel mai general, problemele pe care le ridică concepția și proiectarea unui dispozitiv special și ordinea (etapele) în care ele se recomandă a fi rezolvate sînt prezentate în schema din fig. 1, care reprezintă o variantă proprie a unei secvențe a metodologiei SEFA [2], completată cu elemente de ingineria valorii [1], prelucrate în mod corespunzător pentru obținerea unei operativități sporite în activitatea reală de proiectare.

De la caz la caz, ordinea etapelor poate fi schimbată iar parte din ele pot fi suprimate (de exemplu, etapele *10*, *11*).

În practica curentă, documentația tehnică a dispozitivelor speciale este rareori însoțită de parte scrisă sau breviar de calcul ; de obicei, ea se concretizează în desenele de ansamblu și de detaliu ale pieselor netipizate, acestea sintetizînd rezultatele parcurgerii și rezolvării, de cele mai multe ori mintal, a etapelor menționate mai sus.

Temele de proiectare rezultă din procesul tehnologic, respectiv din planurile de operații, în care se găsesc și majoritatea datelor inițiale. Ele pot fi formulate și separat, în care caz se indică piesa de prelucrat, suprafețele, mașina-unealtă, mărimea lotului de piese, tipul acționării etc.

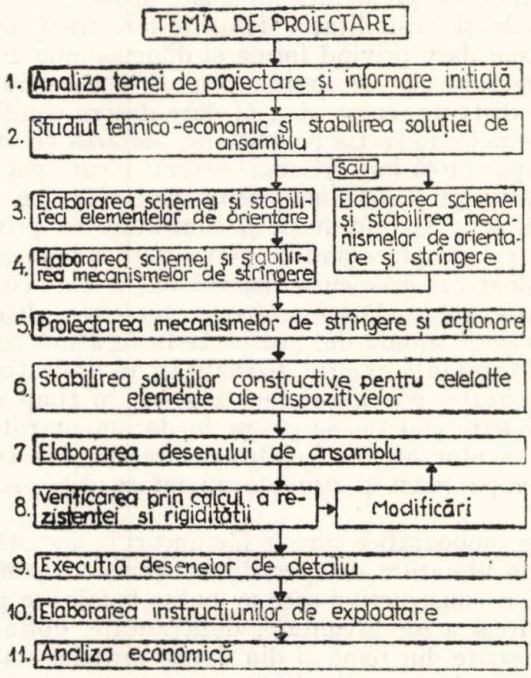


Fig. 1

2. Analiza temei de proiectare și informarea inițială. Analiza temei de proiectare are drept scop înțelegerea condițiilor impuse dispozitivului și stabilirea în ansamblu a pozibilităților de realizare a acestora (precizie, productivitate, termene de proiectare și execuție etc). În cadrul analizei temei, proiectantul trebuie să studieze și să-și însușească procesul tehnologic de prelucrare a piesei pentru care proiectează dispozitivele și să rezolve împreună cu constructorul și cu tehnologul eventualele controverse sau propuneri de modificări ale formei piesei, ale modului de cotare, toleranțelor, tehnologiei etc.

Informarea inițială cuprinde o trecere în revistă a datelor inițiale de care proiectantul are nevoie și un eventual studiu în jurul temei abordate. Datele inițiale se referă la : 1) programul anual de fabricație ; 2) desenul piesei finite ; 3) desenul semifabricatului și date asupra materialului acestuia : compoziția, starea acestuia (normalizat, recopt etc), proprietățile fizico-mecanice (σ_r, σ_c, duritate etc), dimensiuni, toleranțe, rugozități ; 4) traseul tehnologic și planurile de operații completate în mod corespunzător, astfel încît din ele să rezulte parametrii regimului de așchiere, timpii de bază, ajutători și pe bucată, tipul sculelor și al verificatoarelor, secția, mașina-

unealtă etc ; pe baza datelor cuprinse în planurile de operaţii şi în desenele semifabricatelor se vor calcula (aprecia) forţele şi momentele de aşchiere, forţele masice şi cu caracter secundar care apar în timpul prelucrării ; 5) date despre maşina-unealtă : tipul, firma, caracteristici tehnice principale (dimensiuni maxime de prelucrare, precizie, uzură în%) lista cu accesorii normale şi speciale şi posibilitatea folosirii lor, tipul acţionării, puterea instalată, schiţe sau date privind forma şi dimensiunile arborilor principali şi ale meselor pe care se vor monta dispozitivele, parametrii instalaţiei de răcire-ungere, distanţe, curse etc ; 6) date despre condiţiile de amplasament ale maşinii-unelte în secţia beneficiară, dotarea cu mijloace de ridicat şi transportat, capacitatea lor; 7) surse energetice care pot fi folosite pentru acţionarea dispozitivelor (hidraulice, pneumatice, electrice, electromecanice etc) şi parametrii lor ; 8) informaţii şi constatări cu privire la modul de funcţionare al unor dispozitive similare ; observaţii şi sugestii de perfecţionare ale celor care exploatează asemenea dispozitive ; 9) date cu privire la posibilităţile de execuţie ale sculăriei (gabarite, precizie, disponibilităţi etc) ; 10) norme de tipizare, standarde, prospecte în legătură cu obiectul temei ; 11) furnizori şi executanţi externi specializaţi în execuţia de componente sau dispozitive tipizate, posibile de achiziţionat în timp util.

Date menţionate mai sus se găsesc în documentaţiile tehnice puse la dispoziţia proiectantului sau vor fi culese de acesta prin constatări şi antemăsurători făcute pe teren şi prin documentare din prospecte, cărţi ale maşinilor etc.

Prin studiile bibliografice care se fac uneori în această etapă se urmăreşte obţinerea din literatura de specialitate (reviste, manuale, brevete etc) a unor soluţii (idei) constructive care ar putea fi folosite pentru rezolvarea temei, analiza critică a lor (avantaje, dezavantaje, opţiuni etc) în raport cu condiţiile cunoscute din temă şi din datele iniţiale, stabilirea posibilităţilor de a folosi sau adapta unele din aceste soluţii .

3. Studiul tehnico-economic şi stabilirea soluţiilor de ansamblu. Luînd în considerare programul anual de fabricaţie, perspectivele de fabricaţie în viitor (serie unică, repetabilă), tipul fabricaţiei (individuală, de serie mică sau mijlocie, de masă), mărimea loturilor, timpul de pregătire a fabricaţiei, solicitările din procesul de prelucrare, ponderea timpilor ajutători în raport cu timpii pe operaţie, preciza de prelucrare impusă, frecvenţa strîngerilor etc, proiectantul trebuie să decidă :

a) validarea schemei de prelucrare propusă de tehnolog sau modificarea ei prin concentrarea sau divizarea operaţiilor, a poziţiei piesei, a maşinii-unelte ;

b) numărul pieselor care se vor prelucra simultan ;

c) numărul posturilor de încărcare-descărcare ;

d) tipul dispozitivului : special (serie mare sau masă), specializat (tehnologie de grup), universal normal (unicat, serie mică) sau reglabil (serie mijlocie) şi, de asemenea, posibilitatea folosirii directe, sau prin adaptare şi completare, a dispozitivelor accesorii ale maşinilor-unelte sau ale unor dispozitive existente, disponibile, prin aceasta obţinînd substanţiale economii de timp, materiale şi energie ;

e) gradul de mobilitate : fix, mobil, cu divizare liniară, unghiulară etc ;

f) tipul acţionării mecanismului de strîngere.

La luarea deciziei, care se referă de fapt la complexitatea dispozitivului, vor fi luate în considerare în mod realist aspectele tehnice, economice și organizatorice ale introducerii și exploatării viitorului dispozitiv. Avînd în vedere marea varietate a condițiilor concrete pentru care se concep dispozitivele de acest gen, este greu de dat indicații precise și universal valabile asupra analizei și a modului de luare a unei decizii rapide și corecte, dar ele ar fi de natura :

1° dacă lotul este sub 500 bucăți iar preciziile de prelucrare peste 0,02 mm, din punct de vedere tehnic și economic se justifică dispozitivele universale normale din echipamentul tehnologic accesoriu al mașinii-unelte, sau care poate fi achiziționat în timp util ;

2° dacă piesele prelucrate trebuie să îndeplinească condițiile de mai sus, dar fac parte dintr-un grup tehnologic, mai indicate ar fi dispozitivele universale reglabile sau cele specializate ;

3° dacă loturile sînt mai mari de 500 bucăți sau (și) preciziile de prelucrare sub 0,02 mm se recomandă dispozitivele speciale ;

4° dacă $t_a N > 500$ ore (t_a — timpul ajutător ; N — programul total de fabricație) atunci putem lua în considerare un dispozitiv special ; cu cît inegalitatea este mai acoperitoare cu atît complexitatea dispozitivului poate fi mărită, dacă prin aceasta se prezumă creșterea eficienței tehnice și economice ;

5° dacă numărul de prinderi (480 minute/N_t) este mai mare de 40 și (sau) forțele de așchiere sînt mai mari de 80 daN, ceea ce impune forțe de strîngere și acționare mari, dispozitivul va fi conceput cu acționare mecanizată (N_t — norma de timp pe unitate) ;

6° dacă timpul de pregătire a fabricației este scurt, de exemplu pînă la 2 luni, ceea ce necesită forțarea ciclului de proiectare și execuție, dispozitivele vor fi concepute de complexitate mică sau medie (fără acționări mecanizate, cu prinderea unei singure piese, dispozitive universale, reglabile, modulate de tip Baukasten [7], urmînd ca în funcție de volumul comenzilor ulterioare aceste dispozitive să fie perfecționate ;

7° dacă $N_t N > 1\,000$ ore și dacă puterea necesară așchierii este sub 50% din puterea disponibilă a mașinii-unelte se recomandă, dacă este posibil, dispozitivele cu prinderea simultană a mai multor piese sau scule ;

8° dacă $t_b \gg t_a$ și $N > 1\,000$ bucăți (t_b — timpul de bază), se pot concepe dispozitive cu mai multe posturi, prin care timpii ajutători de prindere-desprindere din dispozitiv să se suprapună peste timpii de bază ;

9° dacă $t_D < 0{,}05 \sqrt{D}$ [3] (D — dimensiunea suprafeței de prindere ; t_D — toleranța la dimensiunea D) se recomandă dispozitive cu mecanisme de orientare și strîngere cu elemente elastice, care sînt mai simple, mai ieftine și mai precise, în caz contrar fiind obligatorie adoptarea unor soluții de dispozitive cu elemente glisante, mai complicate și mai scumpe ;

10° dacă numărul punctelor de strîngere este redus, se recomandă dispozitive cu acționare pneumatică, în caz contrar fiind preferate dispozitivele cu acționare hidraulică, pneumatică etc ;

11° dacă cursele de acționare sînt sub 25 mm, mai eficiente din punct de vedere tehnic și economic sînt camerele pneumatice tipizate, în caz contrar fiind recomandați cilindrii pneumatici sau hidraulici etc.

Indicațiile și valorile date mai sus sînt cu totul orientative, mai important de observat fiind stilul în care se poate face o analiză tehnico-economică simplificată și stabili operativ o soluție de ansamblu pentru un dispozitiv de prindere făcînd parte din echipamentul de prelucrare, pentru o anumită piesă și o anumită tehnologie.

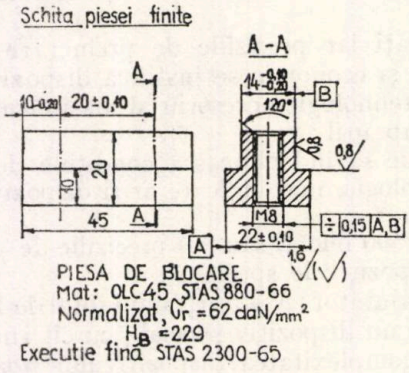


Fig. 2

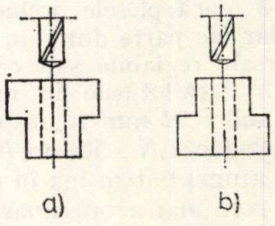


Fig. 3

De exemplu, pentru stabilirea soluției de ansamblu a dispozitivului de prindere pentru prelucrarea celor două găuri necesare filetării M8 ale piesei din fig. 2, există următoarele alternative:

a) cele două găuri se pot prelucra simultan, cu un dispozitiv multiax, sau succesiv, gaură cu gaură;

b) pozițiile pieselor în timpul prelucrării pot fi cele din fig. 3 *a* sau 3 *b*;

c) prelucrarea se execută la una sau mai multe piese simultan;

d) dispozitivul poate fi cu unul sau mai multe posturi de lucru (eventual masă indexată);

e) dispozitivul poate fi simplu, semiautomatizat, automatizat complet (cu alimentare, separare, orientare, strîngere, desprindere etc executate automat), existent în dotare, în rezervă neîncărcat, cu adaptarea acestora sau construcție nouă;

f) dispozitive universale (menghină cu o falcă mobilă sau autocentrante), specializat (bucșe de ghidare schimbabile sau mobile) sau speciale (nedemontabile sau modulate de tip Baukasten);

g) cu acționare manuală sau mecanizată (pneumatic, hidraulic, pneumohidraulic, mecanic, electromecanic etc);

h) în cazul prelucrării succesive a celor două găuri, dispozitivul poate fi: fix fără divizare (utilizabil pe o mașină de găurit radială sau cu deplasare controlabilă a sculei), mobil fără divizare, cu divizare liniară (cu rigletă divizoare, distanțiere, întoarcere în dispozitiv, deplasare în dispozitiv), unghiulară în jurul unei axe de simetrie a găurilor etc.

Se observă că, deși este vorba de aceeași sarcină tehnologică de prelucrare, adoptarea uneia sau a alteia din soluțiile alternative prezentate mai sus, schimbă uneori radical soluțiile de orientare-strîngere; acestea nu pot fi discutate independent, fără ca inițial să se fixeze soluția generală de

ansamblu a dispozitivului de prindere, această etapă — importantă și indispensabilă — nefiind prevăzută în metodologiile prezentate în literatura de specialitate [2]...[4].

De asemenea, trebuie să se remarce că, așa cum s-a arătat inițial, pentru rezolvarea corespunzătoare a acestei etape, proiectantul profesionist trebuie să posede matricea soluțiilor tehnice care pot realiza funcțiile dispozitivelor, astfel încît, în condițiile concrete impuse prin temă, el să fie capabil să conceapă mintal și rapid soluții generale și, mai mult decît atît, să evalueze operativ și cît mai concret, consecințele de ordin tehnic ale soluțiilor astfel concepute.

Asistența calculatorului în această etapă poate ajuta proiectantul furnizîndu-i din memorie date și detalii tehnico-economice pentru scurtarea duratei de analiză, dar esențiale și hotărîtoare în obținerea unor dispozitive de calitate rămîn pregătirea, experiența și talentul proiectantului, care trebuie să decidă rapid și corect soluția de ansamblu în condițiile unor numeroase restricții și alternative.

În această etapă se pot cere încă constructorului și tahnologului modificări ale formelor, cotelor, toleranțelor, ale traseului tehnologic etc.

Primită la 29 iulie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Crum L. W., *Ingineria valorii* (trad. din l. engleză). Ed. tehn., Buc., 1976.
2. Voicu T., Brăgaru A., *Dispozitive pentru mașini-unelte. Proiectarea schemelor de orientare și fixare a semifabricatelor.* Ed. tehn., Buc.
3. Stănescu I., Voicu T., *Dispozitive pentru mașini-unelte. Proiectare, construcție.* Ed. tehn., Buc., 1979.
4. Sagyebo F., *Proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Cluj, 1969.
5. Gherghel N., *Îndrumar pentru lucrări de laborator la construcția și exploatarea dispozitivelor.* Inst. polit. Iași, 1979.
6. Gojineț chi N., Rener A., *Proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Iași, 1970.
7. Кузнецов В. С., *Система универсально-сборных приспособлении в машиностроение.* Машгиз, М. 1964.
8. Abakumov M. M., *Dispozitive moderne pentru mașini-unelte* (trad. din l. rusă). IDT, 1962.
9. Picoș C., și colab., *Normarea tehnică.* Vol. 1, Ed. tehn., Buc., 1979.

BETRACHTUNGEN UND METHODISCHEN FRAGEN ÜBER DEN ENTWURF DER SPEZIELLSPANNVORRICHTUNGEN FÜR DIE MASCHINENKONSTRUKTION (I)

(Zusammenfassung)

In der Arbeit ist einheitlich die Problematik des Speziellspannvorrichtungenentwurfes für die Maschinenkonstruktion vorgestellt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.924

CONCEPȚIA ȘI PROIECTAREA UNEI MAȘINI DE ASCUȚIT FREZE ROMASCON DE DIMENSIUNI MARI

DE

D. ZETU, C. CHIRIȚĂ, M. MIHAILIDE și D. VEISA

1. Introducere. Folosirea de către Combinatul de utilaj greu din Iași a frezelor Romascon de dimensiuni mari ridică probleme deosebite privind ascuțirea și reascuțirea acestora. Dacă pentru ascuțirea frezelor Romascon de dimensiuni pînă la Ø500 mm s-au putut folosi dispozitive adaptate pe mașini de rectificat sau de frezat, pentru ascuțirea și reascuțirea continuă a frezelor de dimensiuni mari este necesară folosirea unei mașini de rectificat specializată pentru această operație. La solicitarea conducerii C.U.G. Iași, autorii prezentei lucrări au realizat concepția și proiectul de execuție pentru o asemenea mașină, care permite ascuțirea și reascuțirea frezelor Romascon în gama de diametre 400...1250 mm. Realizarea acestei mașini prin autoutilare la C.U.G. Iași vine în întîmpinarea sarcinilor ce revin întreprinderilor constructoare de mașini din țara noastră privind eliminarea importurilor de utilaje.

La elaborarea proiectului mașinii, autorii au avut în vedere folosirea unor elemente tipizate de producție românească precum și adoptarea unor soluții care, din punct de vedere tehnologic, să poată fi realizate cu posibilitățile întreprinderii beneficiare.

2. Stabilirea schemei de lucru. La elaborarea cinematicii mașinii de ascuțit freze frontale cu ascuțire continuă de tip Romascon, s-a pornit de la analiza schemelor de ascuțire a acestor freze (fig. 1). Așa cum rezultă din figură, sînt necesare patru mișcări de lucru (*I*, *II*, *III* și *IV*) și trei mișcări auxiliare de poziționare a discului abraziv față de freza care se ascute (*V*, *VI*, *VII*). Mișcările de lucru sînt :

I — mișcarea principală de rotație a discului abraziv ;

II — mișcarea de avans circular continuu al frezei, necesară aducerii succesive a dinților acesteia în contact cu discul abraziv ;

III — mișcarea rectilinie alternativă a discului abraziv, necesară pentru egalizarea uzurii acestuia ;

IV — mișcarea de avans de pătrundere (adîncimea de așchiere a discului abraziv) ;

V și *VI* — mișcări pe direcții perpendiculare pentru poziționarea corectă a frezei față de discul abraziv ;

VII — mișcarea de aducere a generatoarei discului abraziv în planul suprafeței ce se ascute.

Ascuțirea și reascuțirea feței de degajare *1*, a feței de așezare secundare *2*, a feței de așezare *3* de pe tăișul de trecere, a feței de așezare principale *4* și a fețelor de așezare auxiliare *5* se realizează cu discul abraziv adus în pozițiile respective prin mișcarea *VII*, după ce dinții frezei au fost poziționați

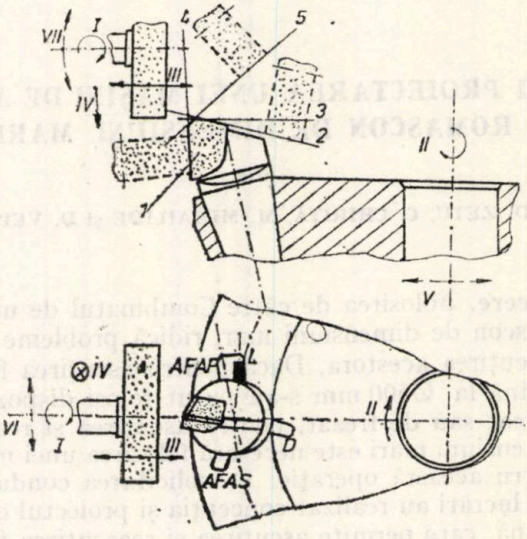


Fig. 1

corespunzător cu ajutorul unui știft și al canalelor *AFAS*, *AFAP* și *D*, poziționarea făcîndu-se prin slăbirea fixării dintelui și rotirea acestuia în poziția corespunzătoare.

3. **Structura mașinii.** Schema generală a mașinii proiectate este prezentată în fig. 2. La stabilirea structurii mașinii, s-a pornit de la condiția principală că freza supusă ascuțirii avînd dimensiuni și greutate mari, dispozitivul de așezare și fixare al ei trebuie să aibă axa verticală, ceea ce ușurează foarte mult operația de alimentare și așezare a frezei în dispozitivul de prindere. De asemenea, dimensiunile mari ale frezei nu permit rotirea acesteia în jurul diametrului pentru poziționarea pietrei după suprafețele *1*, *2*, *3*, *4* și *5* (fig. 1), dispozitivul de prindere rămînînd fix.

Mișcarea principală de rotație a discului abraziv se realizează cu subansamblul *3*, care conține un motor electric de acționare, o transmisie cu curele trapezoidale și arborele principal. Acest subansamblu este fixat pe sania *12*, care execută o mișcare rectilinie alternativă *III* în lungul generatoarei discului, în vederea egalizării uzurii acestuia. Sania *12* este prevăzută cu ghidaje cu role.

Mișcarea de avans de pătrundere *IV* este realizată de întreaga consolă *2*, fixată pe sania *7*, sanie care se deplasează în lungul unor ghidaje aplicate pe platoul *9*. Acționarea mișcării de avans de pătrundere se face manual, prin roata de mînă *13*, un mecanism șurub melc—roată melcată, roata melcată

fiind amplasată pe şurubul conducător *14*. Mişcarea *IV* se poate realiza şi rapid, pentru apropierile şi retragerile rapide faţă de poziţia de lucru, cu ajutorul unui motor electric auxiliar şi al unei transmisii cu lanţ care roteşte şurubul melc.

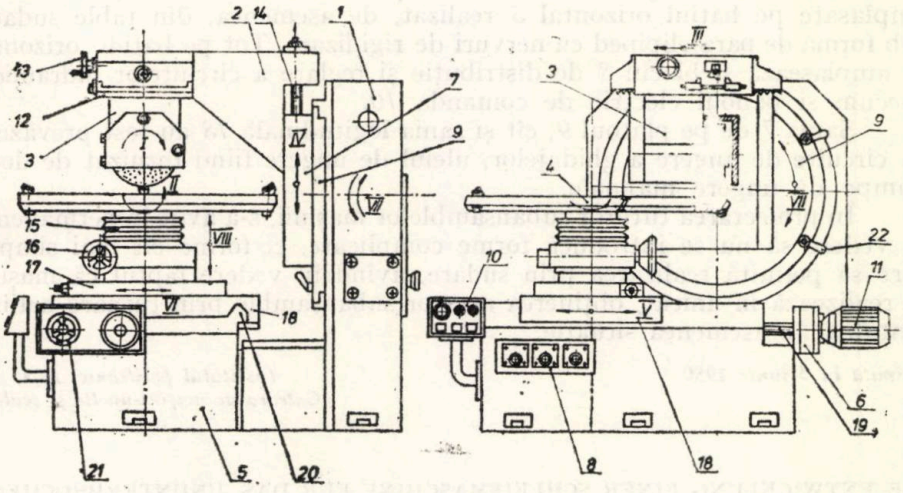


Fig. 2

Prin intermediul platoului *9*, întreaga consolă *2*, împreună cu subansamblul discului abraziv, se roteşte în jurul axei platoului (mişcarea *VII*), prin această rotire realizîndu-se poziţionarea discului faţă de suprafeţele frezei *4* care trebuie ascuţite. Rotirea platoului *9* se produce într-un ghidaj circular cu role, de concepţie originală, acţionarea făcîndu-se cu un motor hidraulic rotativ şi un mecanism şurub melc—roată melcată. Fixarea poziţiei platoului se face prin şuruburile *22*, acţionate manual, după ce poziţionarea precisă a platoului s-a făcut cu o roată de mînă prin intermediul aceluiaşi mecanism.

Platoul *9*, cu mecanismul său de acţionare şi cu consola *2* pe care se află subansamblul discului abraziv şi sania *12*, sînt susţinute de montantul *1*, realizat sub forma unei construcţii sudate din tablă, întărită cu nervuri.

Freza Romascon *4* se prinde pe platoul cu care este prevăzut subansamblul de prindere *15*, acţionarea mişcării de rotaţie *II* a frezei (avansul circular) făcîndu-se cu un motor hidraulic rotativ, prin intermediul unui mecanism cu şurub melc—roată melcată. Poziţionarea pe verticală a frezei (mişcarea *VIII*) se realizează printr-o transmisie şurub—piuliţă, acţionată prin roata de mînă *16*. Subansamblul *15* este fixat pe sania transversală *17*, care la rîndul său este amplasată pe sania longitudinală *18*. Sania transversală execută mişcarea *VI* de aducere a axei frezei la coincidenţa cu axa discului abraziv, acţionarea făcîndu-se manual. La rîndul ei, sania longitudinală execută mişcarea *V*, pentru aducerea dinţilor frezei în planul discului abraziv, precum şi pentru retragerea frezei spre stînga în vederea evacuării frezei ascuţite şi alimentării cu o nouă freză a maşinii. Mişcarea are loc pe ghidajele de alunecare *20*.

Acționarea în mișcare rapidă a saniei longitudinale se realizează de la motorul electric *11*, prin reductorul *6* și șurubul conducător *19*, iar poziționarea precisă se face prin acționarea manuală a acestui circuit prin roata de mînă *21*.

Subansamblul port-freză, săniile și mecanismul de acționare sînt amplasate pe batiul orizontal *5* realizat, de asemenea, din table sudate, sub formă de paralelipiped cu nervuri de rigidizare. Tot pe batiul orizontal se amplasează și blocul *8* de distribuție și reglare a circuitelor hidraulice, precum și panoul electric de comandă *10*.

Sania *7* de pe platoul *9*, cît și sania logitudinală *18* au fost prevăzute cu circuite de ungere a ghidajelor, uleiul de ungere fiind furnizat de două pompe de ungere manuale.

În proiectarea tuturor subansamblelor mașinii, s-a avut în permanență în vedere să nu se introducă forme complicate, ci forme cît mai simple, care să permită realizarea prin sudare, avînd în vedere faptul că mașina se realizează în unicat, obținerea acestor subansamble prin turnare nefiind rentabilă în asemenea situație.

Primită la 5 iunie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

DIE ENTWICKLUNG EINER SCHLEIFMASCHINE FÜR DAS UNUNTERBROCHENE SCHÄRFEN DER ROMASCONFRÄSER MIT GROSSDIAMETTER

(Zusammenfassung)

In diese Arbeit, stellen die Verfasser das Arbeitsprinzip und die Konstruktion einer Schleifmaschine für das ununterbrochene Schärfen der Romasconfräser mit Grossdiametter vor, die am Lehrstuhl von Wekzeugmaschinen projektirt wurde.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621-83

CONTRIBUTIONS TO THE CALCULATION OF THE POWER REQUIRED BY THE PROCESS OF FODDERS GRINDING

BY

GR. TAȘCĂ

1. General Problems. The theoretical and experimental studies performed on the process of fodders grinding, shown by literature data [5], have established the following equation to calculate the power taken at the output shaft of the mill rotor :

$$P_r = KP_1 \quad [\mathrm{W}], \tag{1}$$

where $K = f_1(P_{ov},\ P_v) = 1.15...1.2$ is a constant taking into account the power during technologically empty working [mechanical losses and those due to fanning effect (P_{ov}) and the power required by training the material to circular flow, into the grinding chamber (P_v)] [W] ; P_1 is the useful power consumed during grinding process (by beating and friction). It is to be mentioned that the way of requiring the useful power determines the nature of hammer mills operating conditions. The power necessary to grinding process depends on several parameters simultaneously varying and hard to be settled [2], [3], [5], [6] For example, according to [5]

$$P_1 = Aq \quad [\mathrm{W}], \tag{2}$$

where A — mechanical work expended for grinding 1 kg product, given by a relation of the form

$$A = C_{np}C_w[C_v \log \lambda + C_s(\lambda - 1)] \quad [\mathrm{J/kg}], \tag{3}$$

with C_{np} — dimensionless coefficient which takes into consideration the physico-mechanical properties of the fodders to be ground ; C_w — coefficient which takes into consideration the moisture content influence on the fodders to be ground,

$$C_w = 1 + K_i(W\% - 14), \tag{3'}$$

where $K_i = 0.07...0.075$; $W\%$ — fodders moisture ; C_v — mechanical energy expended for elastic deformation of grains, J/kg, C_s — mechanical power expended to form the new surface in breaking up process of 1 kg product, J/kg ; λ — breaking up degree of product

$$\lambda = \frac{\text{equivalent diameter}}{\text{granulosity}} = \frac{D_e}{M}\ \frac{[\mathrm{mm}]}{[\mathrm{mm}]} \tag{3''}$$

and q — mill productivity, kg/s.

According to [6] P_1 can be expressed symbolically by a number of variables under the forms

$$(4) \qquad P_1=\Phi(N\,;Q\,;q;\ x\,;\ y\,;\ d\,;\ A\,;\ E\,;\ F\,;\ \rho\,;\ M\,;\ D\,;b\,;g\,;z\,;),$$

where N — speed of rotation of mill rotor ; Q—mill productivity ; q—air flow ; x — number of hammers ; y — width of hammers; d — diameter of holes in screen ; A — total area of holes in screen ; E — modulus of elasticity of fodders ; b — width of screen ; F — specific resistence of fodders ; ρ — density of fodders mass ; M — fineness modulus of ground material, used as a measure of the degree of comminution that takes place during grinding ; D — diameter to tips of hammers ; g — acceleration due to gravity ; z — clearance between tips of hammers and screen.

The great number of variables and the different manner in which they influence the grinding process bring on difficulties in settling all the parameters influencing an accurate calculation of the power necessary to grinding process. Another difficulty comes out from the fact that at establishing the power not all the dynamic aspects of grinding process were taken into consideration. Consequently, the calculation of the power necessary to the technological process for fodders grinding has still remained a difficult and doubtful one.

On the basis of number of variants of the technical process of fodders grinding one founds that the power supply depends, to a great extent, on the degree of passing the material through the screen.

The use in calculation of an equation or some diagrams admitted as degree of approximation (also determined in dynamic conditions which should characterize the technological process of fodders grinding) presents a peculiar importance both from the viewpoint of power and from qualitative values leading to quick and more accurate calculations.

In this paper we study the possibility to carry out a relation and some diagrams for calculating the power necessary to grinding process that should finally lead to a proper choice of electrical driving motor.

2. Determination of the Factor of Passing the Grinding Material through Screen. The technological process of fodders in hammer mills [1]...[7] is very complex. The fodders grinding takes place by repeated beating and friction of material with the help of working bodies (hammers, screen, counter-beater, rotor) performed by circular and chaotic flow into the grinding chamber, in dynamic conditions.

The factor which characterizes the degree of passing the material through screen can be mathematically defined by the relation

$$(5) \qquad \xi=\Phi(F_1, F_2, F_3, F_4),$$

where F_1 — cinematic function of working bodies (speed of hammers V_c, speed of rotor Ω_r, speed of fodders mass V_{mf}, acceleration due to gravity g)

$$(6) \qquad F_1=\Phi_1\{V_c\ [\mathrm{m/s}]\ ;\ \Omega_r\ [\mathrm{rad/s}]\ ;\ V_{mf}\ [\mathrm{m/s}]\ ;\ g\ [\mathrm{m/s^2}]\};$$

F_2 — function characterizing the shape of F_c, F_{rot}, F_s, F_{cbt} and the characteristics of working bodies (hammers L_c, l_c, M_c, F_c); rotor (M_r, F_r); screen (A_s, α_s, Φ_s, F_s); counter-beater (α_{cbt}, F_{cbt}):

$$F_2=\Phi_2\{L_c[\mathrm{m}],\ l_c[\mathrm{m}],\ M_c[\mathrm{kg}],\ F_c;\ M_{rot}[\mathrm{kg}]F_r;\ A_s[\mathrm{m}^2],\ \alpha_s[\mathrm{rad}]\Phi_s[\mathrm{m}^2]F_s;\ \alpha_{cbt}[\mathrm{rad}]F_{cbt}\}; \tag{7}$$

F_3 — function characterizing the physico-mechanical properties of fodders: specific resistence, density, modulus of elasticity, moisture content, size of grains or fodders stem, friction coefficient (f_{str})

$$F_3=\Phi_3\{\sigma[\mathrm{N/m^2}];\ \rho[\mathrm{kg/m^3}];\ E[\mathrm{N/m^2/}];\ W[\%];\ d_f[\mathrm{m}];\ l_f[\mathrm{m}];f_{str}\}; \tag{8}$$

F_4 — function of power and qualitative values of working (power P_1; productivity q, granulosity M, flow rate of air q_a),

$$F_4=\Phi_4\{P_1[\mathrm{W}];\ q[\mathrm{kg/s}];\ M[\mathrm{mm}];\ q_a[\mathrm{m^3/s}]\}. \tag{9}$$

For a given engine and a special kind of fodders the functions F_1, F_2, F_3, granulosity M and flow rate of air q_a can be regarded as a constant. Taking into account this hypothesis, the equation (5) can be written as follows

$$\xi=\varphi'(P_1, q). \tag{10}$$

To determine the factor of passing the material through screen or removing the ground fodders one departs from the analysis of the gross power of the grinding process of fodders circulating inside of grinding chamber (Fig. 1). Considering q as being mill productivity [kg/sec] and A_1, A_2, ..., A_{n-1}, A_n the number of active areas (clearance between two running hammers boarded successively by screen or counter-beater and rotor) equal to number of hammers, the fodder mass (m_f) taken by an active area can be found from

$$m_{fk}=\frac{2\pi}{A_k}\frac{q}{\Omega_r}\quad[\mathrm{kg}]. \tag{11}$$

To determine, by analytical way, the factor of passing the ground fodders through screen ξ and to easily understand the reasoning used, Fig. 2 shows schematically the aggregate rotor—screen—counter—beater where the following notations are used: Ω_r — angle speed of mill rotor, rad/sec; R—radius of impact point of hammer with fodders mass, m; m_i — fodders mass passed through screen, kg; m_i—fodders mass remained into grinding chamber, kg; E_i—power transferred to fodders mass from grinding chamber (by beating) Joule; p — number of impacts performed by active bodies on fodders mass during the grinding process, i.e.

$$\begin{gathered} m_i'=\xi_i(1-\xi_{i-1})(1-\xi_{i-2})\ldots(1-\xi_1)m_f, \\ m_i=(1-\xi_{i-1})(1-\xi_{i-2})\ldots(1-\xi_i)m_f, \\ E_i=\frac{m_i\Omega_r^2R_c^2}{2},\ \ldots,\ E_{p-1}=\frac{m_{p-1}\Omega_r^2R_c^2}{2},\ E_p=\frac{m_p\Omega_r^2R_c^2}{2}. \end{gathered} \tag{12}$$

After p impacts got by fodders mass m_f it results

$$m_1'+m_2'+\ldots+m_i'+\ldots+m_q'+\ldots+m_{n-1}'+m_n'=m_f. \tag{13}$$

When the same material was considered (physico-mechanical properties, media approximately constant) and the very same conditions, of

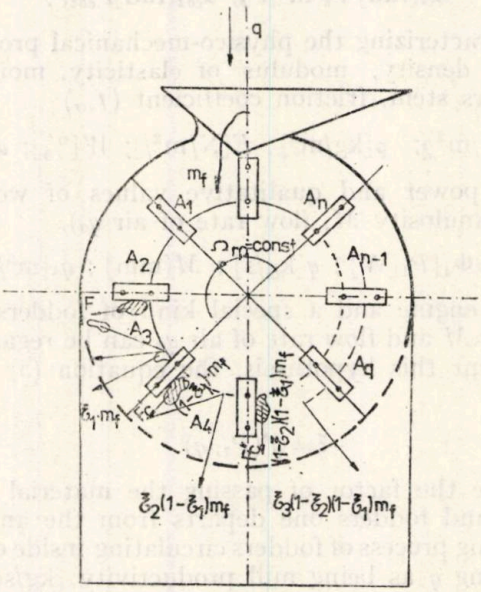


Fig. 1

Material mass passed through screen	Fodders mass into grinding chamber	Power transfered to material mass into grinding chamber
$m_1'=\delta_1 \cdot mf$	$mf = m_1$	$E_1=\frac{m_1\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$
$m_2'=\delta_2(1-\delta_1)mf$	$(1-\delta_1)mf = m_2$	$E_2=\frac{m_2\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$
$m_3'=\delta_3(1-\delta_2)(1-\delta_1)mf$	$(1-\delta_2)(1-\delta_1)=m_3$	$E_3=\frac{m_3\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$
$m_4'=\delta_4(1-\delta_3)(1-\delta_2)(1-\delta_1)mf$	$(1-\delta_3)(1-\delta_2)(1-\delta_1)=m_4$	$E_4=\frac{m_4\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$
$m_{p-1}'=\delta_{p-1}(1-\delta_{p-2})(1-\delta_{p-3})\ldots(1-\delta_1)mf$	$(1-\delta_{p-2})(1-\delta_{p-3})\ldots(1-\delta_1)mf=m_{p-1}$	$E_{p-1}=\frac{m_{p-1}\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$
$m_p'=\delta_p(1-\delta_{p-1})(1-\delta_{p-2})\ldots(1-\delta_1)mf$	$(1-\delta_{p-1})(1-\delta_{p-2})\ldots(1-\delta_1)mf=m$	$E_p=\frac{m_p\Omega_r^2 \cdot R_c^2}{2}(1+f_{str})$

Fig. 2

working were applied, one takes into account that

$$\xi_1=\xi_2=\ldots=\xi_i=\ldots=\xi_q=\ldots=\xi_{p+1}=\xi_{med}=\xi. \tag{14}$$

Kinetic energy consumed during grinding process (by beating and friction) taken from the electrical driving engine is given by

$$E_T=\sum_1^p E_i(1+f_{str})=\left[\frac{m_f\Omega_r^2R_c^2}{2}+\frac{(1-\xi)m_f\Omega_r^2R_c^2}{2}+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+(1-\xi)^{p-1}\frac{m_f\Omega_r^2R_c^2}{2}+(1-\xi)^p\frac{m_f\Omega_r^2R_c^2}{2}\right](1+f_{str})= \tag{15}$$

$$=\frac{1}{2}m_f\Omega_r^2R_c^2(1+f_{str})[1+(1-\xi)+(1-\xi)^2+\ldots+(1-\xi)^p],$$

or

$$E_T=\frac{1-(1-\xi)^{p+1}}{\xi}\frac{m_f\Omega_r^2R_c^2}{2}(1+f_{str}), \tag{16}$$

where $f_{str}=0.6...0.85<1$, is the friction coefficient of fodders with driving bodies [5], [8].

The power necessary to grinding process can be determined by

$$P_1=\frac{E_T}{t}\quad[\mathrm{W}], \tag{17}$$

where t represents the time necessary that a new active area should describe an arc of circle equal to $2\pi/A_k$. Thus,

$$t=\frac{2\pi}{A_k\Omega_r}. \tag{18}$$

Replacing the relation (11) in (16) and (18) in (17) one can obtain

$$P_1=\frac{1-(1-\xi)^{p+1}}{\xi}\frac{q\Omega_r^2R_c^2}{2}(1+f_{str}). \tag{19}$$

Taking into account that $p=30...50$ impacts [2]...[5], considering $p=40$ impacts and since $0<\xi<1$ it results that $(1-\xi)^{p+1}\approx 0$. In this hypothesis the relation (19) becomes

$$P_1=\frac{q\Omega_r^2R_c^2}{2\xi}(1+f_{str})\quad[\mathrm{W}]. \tag{20}$$

Considering for ξ the extreme significant values and those corresponding to nominal working conditions one obtains

$$\begin{aligned}
&\xi\to 0,\quad q\to 0,\quad P\to P^*_{1max};\\
&\xi=\xi_{min},\quad q=q_{min},\quad P_1=P_{1max}\neq P^*_{1max};\\
&\xi=\xi_N,\quad q=q_N,\quad P_1=P_{1N},\quad P_1=\frac{q_{max}\Omega_r^2R_c^2}{2}(1+f_{str})=P_{1min};\\
&\xi=1,\quad q=q_{max}.
\end{aligned} \tag{21}$$

For $\xi=1$, the fodders mass is evacuated after a few impacts.

If $\Omega_r=\Omega_{rme}=\Omega_{rN}$, then $\frac{1}{2}\Omega_{rN}^2 R_c^2(1+f_{str})K_d$, $K_d=$const $[m^2/s^2]$ and

$$\xi = K_d\frac{q}{P_1}=\varphi''\left(\frac{q}{P_1}\right). \tag{22}$$

Namely, for particular values of parameters of working process the analytical expression of removing factor ξ can be expressed as

$$\xi=Kd_N\frac{q}{P_1}\,. \tag{23}$$

From the analysis of relation (23) one founds that for a known working process and for a mill with known characteristics, the factor of passing the fodders through screen linearly depends on the mill productivity and is inversely proportional to power P_1.

For plotting the diagrams $\xi=f_1(q/P_1)q_i=$const. and $\xi=f_2(q/P_1)P_{1i}=$ $=$const., we use in the relation (23) the particular values for $K_d=c_t$ and $q=0.25$; 0.5 ; 0.75...2.75, 3.0 [kg/sec] ; $P_1=(3.5, 7{,}9....54, 72, 90, 108, 117, 126).10^3$ W. The results are presented in Fig. 3.

For $\xi=\xi_k$ and $q=q_k$,

$$P_{1k}=K_d\frac{q_k}{\xi_k}\,. \tag{24}$$

The relation (24) emphasizes the fact that for a given value of productivity q_{1k} the engine loading P_{1k} depends on the ratio value K_d/ξ_k.

Denoting by

$$\frac{K_d}{\xi_k}=K_{dp} \tag{25}$$

the coefficient of dynamic loading of electrical driving engine during the fodders grinding process, relation (24) should be written as

$$P_1=K_{dp}q \quad [W]. \tag{26}$$

The working process parameters are plotted in Figs. 4, 5 and 6:

$$\xi=f_1(V_{tc})_{K_{dp}=\text{const}}\,;\ \xi=f_2(K_{dp})_{V_{tc}=\text{const}}\,;\ V_{tc}^2=f_3(K_{dp})_{\xi=\text{const.}}\,;\ V_{tc}^2=f_4(V_{tc})\,;$$
$$V_{tc}=f_5(\Omega_r)_{R_c=\text{const.}}[5]\,;\ P_1=f_6(q)_{K_{dp}=\text{const.}}$$

Example of calculation. A fodders grinding mill was considered with the following characteristics

$$q_N=2.778\text{ kg/sec},\quad \Omega_{rN}=314\quad\text{rad/sec},\quad R_c=0.24\text{ m},$$
$$f_{str.med}=0.725,\qquad \xi_N=0.125.$$

With the above mentioned data relation (20) provides $P_1=108858.70$ W. Using the diagrame plotted in Figs. 3, 4, 5 and 6 we can obtain

$$P_1=108{,}819.5\text{ W},$$

$$\bar{\sigma} = f_1(Q_i) \begin{cases} P_i = \text{const}[w]; \\ \Omega_r = 314[\text{rad/s}]; \\ R_{cp} = 0{,}240[\text{m}]; \\ f_{str.med} = 0{,}725 \\ K_d = 4898{,}25[\text{m}^2/\text{s}^2]. \end{cases} \qquad \bar{\sigma} = f_2(P_{ij}) \begin{cases} Q_i = ct; \\ \Omega_r = 314[\text{rad/s}]; \\ R_{cp} = 0{,}240[\text{m}]; \\ f_{str.med} = 0{,}725; \\ K_d = 4898{,}25[\text{m}^2/\text{s}^2]. \end{cases}$$

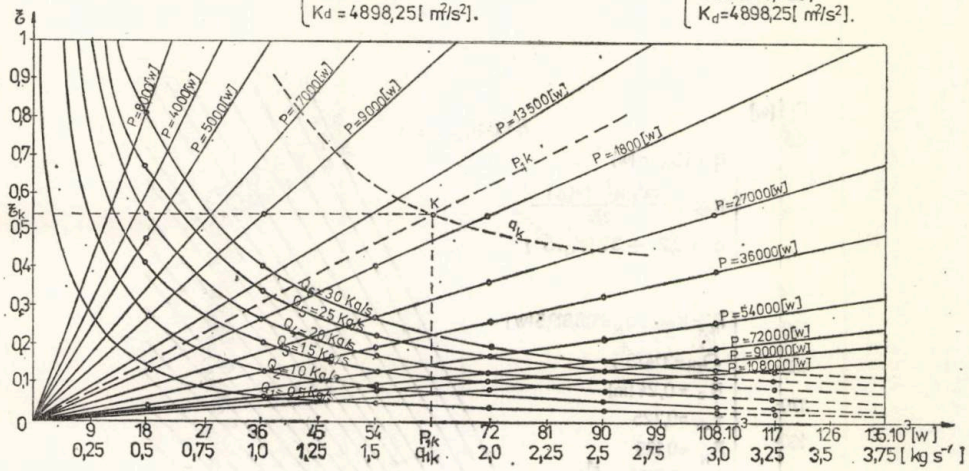


Fig. 3

Fig. 4.

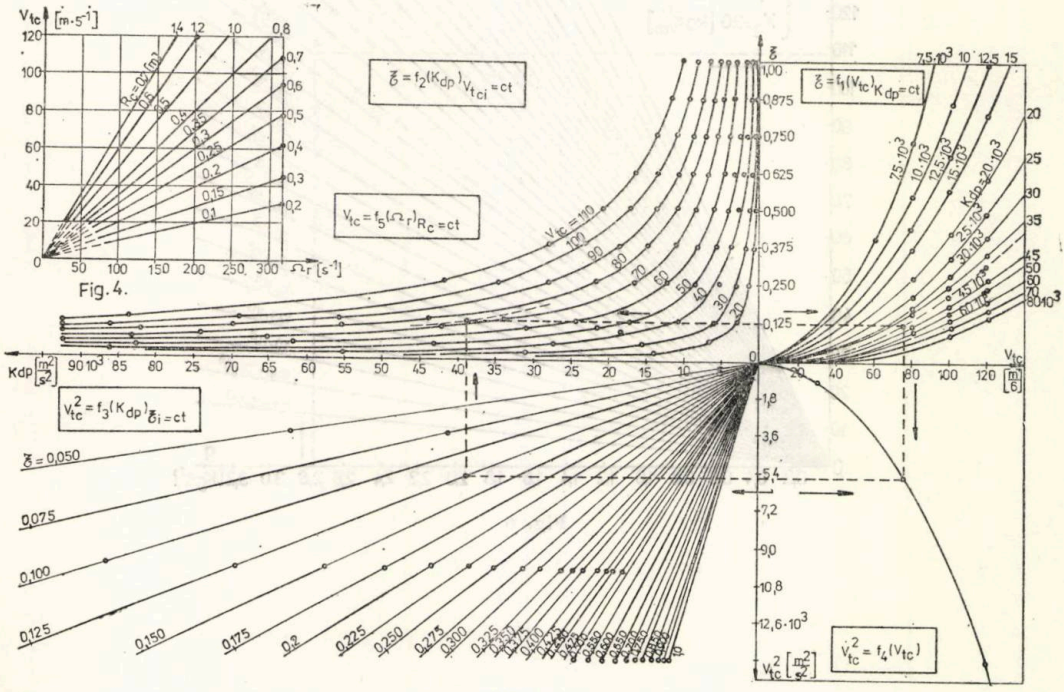


Fig. 5

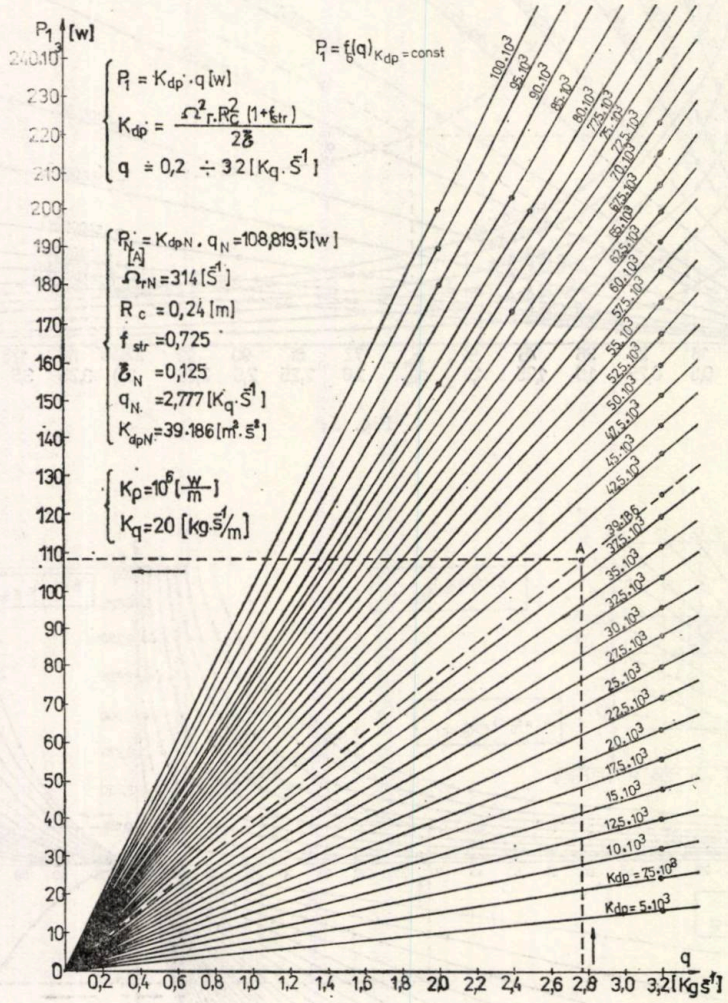

P1 [w]
P1 = f(q) Kdp = const
P1 = Kdp · q [w]
Kdp = Ω²r · Rc² (1+fstr) / 2δ
q ÷ 0,2 ÷ 32 [Kq · S⁻¹]
P1 [A] = KdpN · qN = 108,819,5 [w]
Ωr N = 314 [S⁻¹]
Rc = 0,24 [m]
fstr = 0,725
δN = 0,125
qN = 2,777 [Kq · S⁻¹]
KdpN = 39.186 [m³ · s²]
Kp = 10⁶ [w/m]
Kq = 20 [kg · s/m]
A
q
0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8 2,0 2,2 2,4 2,6 2,8 3,0 3,2 [Kg s⁻¹]
Kdp = 75·10³
Kdp = 5·10³

Fig. 6

which approximates well that found above.

The power P_1 being determined, the choice of electrical driving engine depending on the torque-speed of the driving engine, the driving conditions and the drive as well as its cheek is no longer difficult.

The dependence of the factor of passing the material through screen, as given by relation (5) will be shown in an other paper which is to contain experimental tests analysing the influence of functions F_1, F_2, F_3, F_4 on the process of fodders grinding.

3. Conclusions. The analysis of the results obtained led to the following conclusions.

1. The analytical relation obtained for calculating the useful power necessary to the process of fodders grinding contains a small number of terms. The used terms in relation (20) have emphasized both aspects of power and qualitative working values, and cinematic and dynamic aspects of grinding process.

2. For given characteristics of mill and driving process the use of diagrams shown in Figs. 3...6 has also quickly led to similar results.

3. The dependence $K_d = f(\Omega_r, R_c)$ being determined for the whole domain of usual values of clearance and angle speed R_c, the influence of functions F_1, F_2, F_3, F_4 on grinding process can be established, namely the influence on the factor of removing the material from grinding chamber.

4. The area of values for passing factor ξ being known, the corresponding values for the factor of motor loading during fodders grinding process K_{dp} can be determined.

In fact, the factor of passing the material through screen characterizes the real value of hammer mills productivity, i.e. the efficiency of these equipments.

Received November 14, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrical Driving

REFERENCES

1. Brand M., *Ammerkungen zur Beuerteilung von Hammermühlen.* Mühle, 9 (1970).
2. Căproiu M., *Corelația dintre indicii energetici și cei calitativi de lucru la moara cu ciocane MC—3.* Mecanizarea și electrificarea agriculturii, 5, 45—50 (mai 1973).
3. Căproiu M., *Cercetări experimentale privind îmbunătățirea indicilor de productivitate la moara cu ciocane MC—3.* Mecanizarea și electrificarea agriculturii, 3, 44—53 (martie 1973).
4. Drăgan Gh., Ciubotaru C., Huțanu M., *Studiul posibilităților de îmbunătățire a indicilor calitativi și de productivitate ai morii cu ciocane MCU—1, 2.* Luc. șt. Bul. Inst. agron. Iași, 1967.
5. Мельников И. и.с., *Механизация животноводческих ферм.* Изд. „Колос", Москва, 1979.
6. O'Callagham R., *Performance of Hammer Mills* (I). Agricultural Engineering Research, *1* (1963).
7. Posea Gh., *Tehnologia nutreturilor combinate.* Ed. Agrosilvică de Stat, 1966, pp. 203—211.
8. Резник Н. Е., *К теория барабаного измельчящие-свырящева апарата силосионорочного комбаина.* Тракторы и сельхозмашины, 2 (1964).
9. Schöbel K. și colab., *Studiul parametrilor constructivi și funcționali ai morilor cu ciocane în vederea măririi productivității și reducerii consumului specific de energie la mecanizarea lucrărilor de pregătire a hranei la animale.* Lucr. șt. ale ICMA, vol. **XVI**, Ed. „Ceres", Buc., 1970.

10. Taşcă Gr., Livinţ Gh., Teodorescu I., Pricop Tr., *Studiul acţionărilor electrice a morilor cu ciocane pentru măcinat concentrate*. Lucr. şt. Inst. agron. Iaşi, **II**, 41 (1975).

CONTRIBUŢII LA CALCULUL PUTERII NECESARE PROCESELOR DE MĂCINARE A FURAJELOR

(Rezumat)

Se stabileşte o relaţie de calcul şi se construiesc diagrame care permit determinarea puterii necesare proceselor de măcinare a furajelor, în scopul alegerii adecvate a puterii motorului electric de acţionare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

Ю. А. МЙТРОПОЛЬСКИЙ, Д. Й. МАРТИНЮК, *Периодические и квазипериодические колебания систем с запаздыванием*. „Вышая Школа", Київ, 1979, 247 стр.

Autorii, dintre care primul s-a impus la nivel mondial încă de la prezentarea unor lucrări ale sale la cel de al IV-lea Congres al Matematicienilor Români (26 mai—4 iunie 1956), au pus la baza acestei monografii cursul lor facultativ ținut la Facultatea de Mecanică-Matematică a Universității T. G. Sevcenco din Kiev. Materialul expus, subdivizat într-o indroducere și șase capitole, este clădit pe fundamentul metodelor elaborate prentu studiul ecuațiilor diferențiale ordinare, începînd cu *metoda micului parametru a lui Poincaré, metodele asimptotice de mecanică neliniară ale lui Krîlov-Bogoliubov-Mitropolski, metoda mediatrizării a lui Bogoliubov, metodele topologice ș.a.*

Avîndu-se în vedere că aceste metode se pot aplica în studiul vibrațiilor neliniare ale sistemelor cu întîrziere, care reflectă probleme de fizică și tehnică în care forța care acționează asupra unui punct material depinde de viteza și de poziția acestui punct nu numai la un moment dat, ci și la un alt moment care precede acestuia, autorii expun în introducere noțiunile fundamentale privitoare la teoria ecuațiilor diferențiale cu argument întîrziat, indispensabile în studiul soluțiilor periodice ale sistemelor cu întîrziere. Cap. I este consacrat teoriei soluțiilor periodice ale sistemelor liniare de ecuații diferențiale cu coeficienți constanți și variabili și cu întîrziere. În cap. II se expun condiții necesare și suficiente de existență ale soluțiilor periodice ale sistemelor neautonome cvaziliniare cu întîrziere, obținute de S. N. Șimanov în cazurile de rezonanță și non rezonanță. Cap. III este consacrat aplicării metodelor asimptotice de mecanică neliniară, datorite indeosebi lui Iu. A. Mitropolski, V. P. Rubanik, V. I. Fodciuc, V. G. Kolomiiț și D. G. Korenevski, la studiul sistemelor de ecuații diferențiale autonome și neautonome cu întîrziere. În cap. IV, V și VI se studiază, respectiv, soluții periodice ale sistemelor apropiate de sisteme neliniare cu întîrziere, soluții periodice ale sistemelor puternic neliniare cu întîrziere folosindu-se îndeosebi rezultatele lui Cesari și Samoilenko și existența varietăților toroidale invariante ale sistemelor cu întîrziere

Ref. recomandă călduros traducerea acestei monografii, care lărgește și întregește ansamblul valoroaselor monografii apărute sau în curs de publicare de Mecanica vibrațiilor.

D. Mangeron

D. E. NEWLAND, *An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*. Longman, London and New York, 1978.

So we are confrunted with a second issue of a work which is entitled with modesty „introduction", covering a field of great theoretical and practical actuality : the work value firstly consists of its remarkable synthesis elements, of a logical interweawing of the proposed problematics treatment : probability, distributions, correlations, Fourier analysis, random and pseudorandom vibrations, digital spectral analysis, fast Fourier transform.

It is the author's merit that we have at hand not only a textbook but also a research-guide, a theoretical basis, experimental advices and main solutions for problems.

The unitary treatment of this material is accomplished in a concise and scientific but also very accessible style. That is why, connecting these form— observations to the appre-

ciations concerning the work as a whole, underlining the modernity and the importance of the content, for all those working within the theoretic or experimental field of vibrations in general, we found this useful book as being of a great interest.

M. Gafiţanu

R. E. D. BISHOP, *Vibration*. Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge—New York — Melbourne, 1979, 164 pp.

Écrire simplement, mais pas d'une manière simpliste, sur des choses complexes — voici le désidératum que tout profeesseur devrait se proposer à délimiter ; un but à atteindre.

Pas besoin de rendre vulgaire toute théorie compliquée ; même pour la popularisation de certains concepts on a besoin d'un délai minimum de mis en garde. L'histoire qui circule au crédit du regrété professeur Gaiginschi de l'Institut Polytechnique de Iaşi est plein de significations. Le professeur, quel que fût le sujet qu'il fallait développer, revenait, sans exception, à l'entropie: „Voilà, mon vieux Costică, fais-moi comprendre, qu'est-ce que c'est que l'entropie ?". Eh bien, le candidat explique, à ses propres termes, tout ce qu'il avait consciencieusement lu dans les livres, mais le professeur n'a pas du tout l'air satisfait : „Et si vous deviez expliquer à un berger l'affair de l'entropie, qu'en ferriez-vous ?". „Monsieur le professeur, moi, avec les bergers, je ne parle pas entropie".

Et pourtant, le livre de R. E. D. Bishop fait la preuve qu'on peut discuter faute de mathématiques, de formalismes compliqués, sur un sujet imminemment bourré de mathématiques. Le livre démontre que la pédagogie est un art, si cet aspect a encore besoin de démonstration. Il attise l'intérêt du lecteur, sa curiosité pour les prélections auxquelles li voudrait sans doute participer.

Le livre devrait être lu avant faire un cours de vibrations ; on y peut trouver des suggestions qui augmenteraient l'attrait des prélections : des incursions faites dans l'histoire plus ou moins récente de la civilisation peuvent constituer de „diversions" bienvenues dans le développement sobre et sec de la démonstration.

I. Condrea

И. А. ДРУЖИНСКИЙ, *Механические цепи*. Машиностроение, Ленингрд, 1977, 240 стр.

The boundaries between the sciences become more and more conventional at the present day.

The author sistematizes the utilization of the electrical analogy method for mechanical systems investigation. The introduction of the mechanical networks permits to resolve the complicated differential equations wich gouvern the dynamical systems. The book writen by Isaak Drujinskii offers a through presentation of the modern methods of synthesis of dynamical systems using the mechanical networks.

The content includes : *mechanical network construction* ; *mechanical dipoles* ; *mechanical quadripoles* : *frequency characteristics of the dynamical systems* ; *mechanical filters* ; *correction ways of the mechanical systems* ; *synthesis basis of the mechanical systems using the mechanical networks*, as well as the *numeric solution of a elementary synthesis problem.*

It covers analysis of the linear systems with translation, rotation and combined movement elements. The mechanical networks, their essence, construction method depending of the force (moment of rotation) action or speed (angular speed), means of analysis and synthesis of mechanical networks were presented.

The book represents an instrument of a great value both for research workers and mechanical engineers, for designers and students.

An ample list of references closes the presented material.

V. Merticaru

DAVID BROEK. *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Sijthoff & Noordhof 1978. XIII + 437 pp.

Cet livre paru en l'excellente éditure Sijthof & Noordhof est l'un des meilleurs écrite sur la mécanique de la rupture des matériaux s'adressant aux ingénieurs mécaniciens, métalurgistes, etc.

La prémière partie du livre este composée de onze chapitres, à savoir : *les problèmes de base* ; *le mécanisme de la fracture* ; *les fissures dans les milieux élastiques et plastiques* ; *le principe énergétique* ; *les problèmes de dynamique de la propagation de la fissure* ; *les problèmes*

non-linéaires ; les phénomènes de transition ; le critère d'ouverture de la fissure ; la propagation de la fissure par fatigue, les paramètres concernant le processus de la fracture, température, anisotropie, etc.; les critères de la rupture des matériaux.

La deuxième partie est composee de six chapitres, à savoir; *la détermination des facteurs d 'intensité des contraintes; les problèmes pratiques concernant différents types des solicitations; des formes géométriques des trous ; la rupture des récipients, des nervures ; les contraintes résiduelles, le comportement des fissures à la fatigue, le spèctre de la charge ; le choix des matériaux ; la sécurité des pièces mécaniques.*

Les comentaires et les discussione sur les principes physiques après chaque chapitre completent harmonieux l'étude. Les photos et les figures très nombreuses sont d'une excellente qualitée et très utiles permettant à l'ingénieur ou chercheur de les appliquer directement dans leur travail.

La bibliographie, aussi, est très complète.

En conclusion, cet livre este un outil précieux pour tous ceux qui travaillent dans le damain de la mécanique de la fracture, résistance de matériaux, etc.

Victor-Florin Poteraşu

J. J. CONNOR and C. A. BREBBIA (Ed.), *Finite Element Techniques for Fluid Flow*. Buterworth & Co, 1976, 310 pp.

This book, the second one of the authors concerning the utilization of the finite element techniques in engineering problems deals especially with the application of the finite element method in solving differential equations which govern the dynamics of fluids, with various applications in this domain.

This work presents, in a progressive manner, in the first three chapters, fundamental principles, the methodology and various models concerning finite element techniques.

Some methods of approximating solutions for differential equations are presented at first, with special emphasis on Galerkin and Rayleigh-Ritz methods.

The presentation of stages covered by finite element technique are those which follow, with adequate programmes for the computer.

In the 3rd chapter the most important interpolation functions are inferred, those used by finite element methods for harmonic and bio-harmonic differential equations.

The 4th chapter presents the equations and some fundamental principles which govern fluid mechanics.

In the last five chapters the authors treat some specific problems of fluid flow which are solved by use of the finite element method.

Value equation as well as non-viscons fluid flow problems are treated in the fifth chapter. The sixth chapter deals with some aspects of viscous fluid flow through porous media with aplications concerning infiltration problems.

Problems of surface water circulation and their solving, especially in lakes and gulfs, are the subject if the 7th chapter. In the 8th chapter are presented some aspects concerning solutions in dispersion problems with applications in sedimentary deposits.

The last chapter deals with some methods of solving equations for viscous incompressible fluids, especially for small Reynolds members.

The problems which are treated in this work, especially in the last chapters are extremely useful for those who work in the field of fluids.

A lot of examples and applications are presented in each chapter, as well as a lot of problems whose solutions are only suggested.

The material is displayed in a concise and clear manner, the graphical aspect irreproachable, so that this book is an adequate source, both for those interested in the domain o f fluids and for those who use numerical methods in solving various problems.

M. Gafiţanu

* * * CIRP ANNALS, Vol. 27/1, Hallwag Verlag, Berne, 1978, 559 pp.

The 28th General Assembly of CIRP has been held in Eindhoven, Netherlands, form the 28th of August to the 2nd of September 1978. The scientific papers were presented in in sessions on : Cutting, Physical and Chemical Machining, Abrasiv Process, Machine-Tools, Metrology — Interchangeability, Optimisation, Surface In this first review, we are dealing with some papers presented in the session on surfaces and printed in this remarkable volume (pp. 491—535).

In *Beta functions for surface typology* Dr. D. J. Whitehouse proposes the use of Beta distribution to specify the amplitude probability density function of the heights of asperities, rather than the usual Gaussian distribution. The author concludes that a typology of surfaces based on the Beta distribution is much better at resolving the differences in surface texture between manufacturing processes because it is three times more sensitive than the typology based on the central moments of the distribution. The Beta distribution is described by two parameters a and b which are dependent on the measured values of R_t, R_p, R_v height parameters.

In the work *Random surface generation — an integrated approach*, M. S. Hamed et al. investigate a theory of the generation of surface profiles by random methods, Random surfaces have been generated theoretically by computer simulation and practically by a single grit approach. This work confirmes that as the degree of randomness of surface profiles increases the auto-correlation function tends to an exponential form and the height distribution tends to be Gaussian.

M. Sawabe et al. in their paper *Influence of radial motion on form error of workpiece in turning* present results of measurements on the radial error motion, the roundness profile of workpieces cut by a diamond tool and the surface roughness of workpieces. The analyses of experimental data, carried out by the computer in terms of auto-correlation functions and power spectra, allowes to obtain the contribution of the radial error motion to the roundness profile and establishes the causes of undulation components of the radial error-motion and the roundness profile of workpieces.

Y. Namba and H. Tsuwa in the work *Mechanism and some applications of ultrafine finishing* obtain super smooth surfaces of sapphire single crystals, single crystals and polycrystals of Mn-Zn ferrite, without introducing disclocations into the surface to be finished. A sapphire substrate was finished with 70 Å SiO_2 particles to 10 Å Rz with a flatness of about 300 Å over 7 mm length.

M. Field and W. Koster's paper *Optimizing grinding parametes to combine high productivity with high surface integrity* deals with the preselection of grinding parameters which guarantees high metal removal rates and low cost together with adequate integrity. The surface integrity is defined by the absence of microcracks and untempered and overtempered martensite on tne steel components, also by the absence of high residual tensile stress. The authors obtain a mathematical regression model between fatigue strenght and the grinding parameters.

G. Balasubramanian et al. in their paper *Surface integrity of honed cylinders* report the results of an experimental work dealing with the influence of honing parameters such as prehoned surface finish, honing speed, hone expansion pressure, type of honing fluid and the type of honing process on the surface finish. The authors found that initial bore ovality and taper had no influence on final honing precision. This study indicates optimum values of initial surface roughness, hone pressure and honing speed to obtain a better honed surface finish.

P. M. Lonardo in *Testing a new optical sensor for in-process detection of surface roughness* presents an automatic instrument suitable to measure indirectly the surface roughness based on the detection of the variations produced by the roughness on the polarization parameters of the reflected wave. The author analyses the characteristics of the sensor, including its performance in detecting roughness during grinding. The tests have shown that the water emulsion blowed off does not alter the measured roughness values.

The reviewer underlines the excellent graphic conditions assured by Hallwag Verlag Berne.

C. Bohosievici

40822